ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΗΜΑΘΙΑΣ

3ος Ημαθιώτικος Μαθητικός Διαγωνισμός στα Μαθηματικά. «Κ. ΚΑΡΑΘΕΟΔΩΡΗ»

Σάββατο 15 Ιανουαρίου 2011

<u>Α΄ Γυμνασίου</u>

<u>ΘΕΜΑ 1ο</u>

Να βρεθεί ο ακέραιος αριθμός α , ώστε να ισχύει : $\frac{31}{4} < \frac{\alpha}{6} < \frac{63}{8}$

<u>ΛΥΣΗ</u>

Επειδή: $\frac{31}{4} = \frac{31\cdot 6}{4\cdot 6} = \frac{186}{24}$ $\quad \frac{4\cdot\alpha}{4\cdot 6} = \frac{4\cdot\alpha}{24}$ $\quad$ και $\quad \frac{63}{8} = \frac{63\cdot 3}{8\cdot 3} = \frac{189}{24}$

η δοσμένη σχέση είναι ισοδύναμη με την :

$\frac{186}{24} < \frac{4\cdot\alpha}{24} < \frac{189}{24}$, επομένως και με την : $186 < 4\cdot\alpha < 189$.

Άρα $4\cdot\alpha = 187$ ή $4\cdot\alpha = 188$

Από τις δυο αυτές εξισώσεις μόνο η δεύτερη έχει ακέραια λύση την $\alpha = 47$

ΘΕΜΑ 2ο

Κατά τη διάρκεια του ίδιου μήνα , τρεις Κυριακές αντιστοιχούν σε άρτια ημερομηνία. Στις 20 αυτού του μήνα , ποια μέρα θα είναι ;

ΛΥΣΗ

Για να αντιστοιχούν οι τρεις Κυριακές οπουδήποτε μήνα σε άρτια ημερομηνία, πρέπει την 1η Κυριακή να έχουμε ημερομηνία **2** , την 3η Κυριακή 16 (16=2+7+7) και την 5η Κυριακή 30 (30=16+7+7). Τη 2η και την 4η Κυριακή θα έχουμε ημερομηνία 9 και 23 αντίστοιχα. Δηλαδή περιττή ημερομηνία.

Αν την 1η Κυριακή του μήνα έχουμε ημερομηνία 4 (άρτιος), τότε την 2η Κυριακή θα έχουμε 11 (περιττός), την 3η Κυριακή θα έχουμε 18 (άρτιος), την 4η Κυριακή θα έχουμε 25 (περιττός) και την 5η Κυριακή θα έχουμε 25+7=32 . Άτοπο.

Στο ίδιο συμπέρασμα (άτοπο) θα καταλήξουμε αν την 1η Κυριακή του μήνα έχουμε οποιαδήποτε άλλη άρτια ημερομηνία.

Έτσι οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι στις 20 αυτού του μήνα είναι μεταξύ της 3ης και 4ης Κυριακής , ημέρα Πέμπτη.

Κ	**Δ**	**Τ**	**Τ**	**Π**	**Π**	**Σ**
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

Κ	**Δ**	**Τ**	**Τ**	**Π**	**Π**	**Σ**
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31
32						

ΘΕΜΑ 3ο

Ο αριθμός $k = 201020102010\cdots2010$ έχει δημιουργηθεί επαναλαμβάνοντας 2011 φορές τον αριθμό 2010.

α) Να εξετάσετε αν ο αριθμός k διαιρείται δια 9

β) Αν ο αριθμός k **δεν** διαιρείται δια 9, πόσες ακόμη φορές πρέπει να επαναλάβουμε το 2010 (το λιγότερο δυνατό) ώστε ο νέος αριθμός να διαιρείται δια 9;

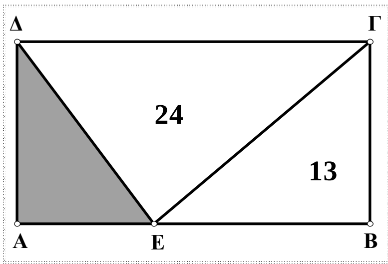
ΛΥΣΗ

α) Ο αριθμός 2010 έχει άθροισμα ψηφίων 3. Το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού k είναι : 2011·3=6033. Ο αριθμός αυτός δεν διαιρείται δια 9 διότι έχει άθροισμα ψηφίων 12. Συνεπώς ο αριθμός k δεν διαιρείται δια 9.

β) Ο επόμενος ακέραιος μετά τον 6033 που διαιρείται με το 9 , είναι ο 6039. Άρα για να διαιρείται ο k δια 9 θα πρέπει να αυξήσουμε το άθροισμα των ψηφίων του, **τουλάχιστον** κατά 6 $(6039 - 6033 = 6)$. Επομένως θα πρέπει, στον αριθμό k να επαναλάβουμε το 2010 **τουλάχιστον 2 φορές**, ώστε ο νέος αριθμός να διαιρείται δια 9.

ΘΕΜΑ 4ο

Στο διπλανό σχήμα το ορθογώνιο ΑΒΓΔ αποτελείται από τρία τρίγωνα. Το εμβαδόν του ΕΒΓ είναι 13 τετρ. εκατοστά και το εμβαδόν του ΓΔΕ είναι 24 τετρ. εκατοστά. Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΕ.



ΛΥΣΗ

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το τρίγωνο ΓΔΕ και το ορθογώνιο ΑΒΓΔ έχουν την ίδια βάση (ΓΔ) και το ίδιο ύψος. Επομένως το εμβαδόν του τριγώνου ΓΔΕ είναι ίσο με το μισό του εμβαδού του ορθογωνίου ΑΒΓΔ. Έτσι το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΓΔ είναι: 24 ·2=48. Συνεπώς το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΕ είναι $\underline{48 - 24 - 13 = \mathbf{11}}$ τετρ. εκατοστά.