

ΘΕΜΑ 1

Σωστή απάντηση είναι η β.

Για την κατακόρυφη ισορροπία του σώματος ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} - W = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} = W \Leftrightarrow K \cdot d = m \cdot g \Leftrightarrow d = \frac{m \cdot g}{K} \quad (1)$$

Έστω y η επιμήκυνση του ελατηρίου στη θέση Δ που το σώμα (Σ) σταματάει ακαριαία. Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΚΓΔ:

$$(L + y)^2 = L^2 + x^2 \Leftrightarrow y = \sqrt{L^2 + x^2} - L \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε. από την αρχική θέση Α του σώματος έως την τελική θέση Δ:

$$m \cdot g \cdot L = \frac{1}{2} \cdot K \cdot y^2 \Leftrightarrow y = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g \cdot L}{K}} \Leftrightarrow y = \sqrt{2 \cdot d \cdot L} \quad (3)$$

Εξισώνουμε τα δεύτερα μέλη των δύο εξισώσεων (2) και (3):

$$\begin{aligned} \sqrt{L^2 + x^2} - L &= \sqrt{2 \cdot d \cdot L} \Leftrightarrow \sqrt{L^2 + x^2} = \sqrt{2 \cdot d \cdot L} + L \Leftrightarrow \\ L^2 + x^2 &= 2 \cdot d \cdot L + L^2 + 2 \cdot L \cdot \sqrt{2 \cdot d \cdot L} \Leftrightarrow L^2 + x^2 = 2 \cdot d \cdot L + L^2 + 2 \cdot L \cdot \sqrt{2 \cdot d \cdot L} \Leftrightarrow \\ x^2 &= 2 \cdot d \cdot L + 2 \cdot L \cdot \sqrt{2 \cdot d \cdot L} \Leftrightarrow x = \sqrt{2 \cdot L \cdot (d + \sqrt{2 \cdot L \cdot d})} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 2

α. Με τον κανόνα τριών δαχτύλων του δεξιού χεριού βρίσκουμε ότι το σωματίδιο της τροχιάς (1) είναι το πιόνιο, ενώ το σωματίδιο της τροχιάς (2) είναι το ηλεκτρόνιο.

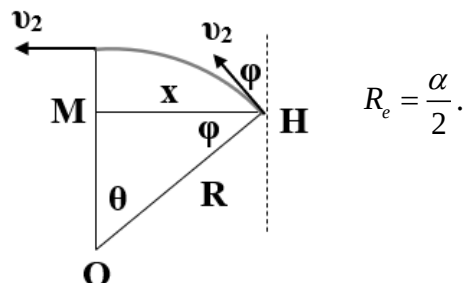
β. Αν θεωρήσουμε ως άξονα $x'x$ την πλευρά ΕΔ και ως άξονα $y'y$ την πλευρά ΕΑ, μοιάζει να παραβιάζεται η ΑΔΟ στον άξονα $x'x$, διότι πριν τη διάσπαση του καονίου δεν είχαμε ορμή, ενώ μετά τη διάσπαση το ηλεκτρόνιο έχει ορμή. Η εξήγηση είναι ότι υπάρχει κάποιο αφόρτιστο σωματίδιο που προκύπτει από τη διάσπαση, το οποίο δεν «βλέπει» ο ανιχνευτής (το σωματίδιο αυτό είναι το ηλεκτρονικό αντινεutrino).

γ. Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του πιονίου ισούται με α , δηλαδή $R_\pi = \frac{5\alpha}{4} - \frac{\alpha}{4} = \alpha$. Από τις τιμές των μαζών και των ταχυτήτων προκύπτει ότι το μέτρο της ορμής του πιονίου είναι διπλάσιο του μέτρου της ορμής του ηλεκτρονίου $p_\pi = 2p_e$. Επειδή ισχύει

$$R = \frac{mv}{Bq} = \frac{p}{Bq} \text{ προκύπτει ότι η ακτίνα της τροχιάς του}$$

ηλεκτρονίου είναι η μισή της ακτίνας του πιονίου, άρα

Αν υποθέσουμε ότι το σημείο Ο είναι το κέντρο της κυκλικής τροχιάς, τότε όπως φαίνεται στο σχήμα



$\theta = 90^\circ - \varphi = 30^\circ$ και συνεπώς $x = R \eta \mu 30^\circ = \frac{R}{2} = \frac{\alpha}{4}$. Δηλαδή το ηλεκτρόνιο βγαίνει κάθετα από την πλευρά ΕΑ. Συνεπώς:

$$\eta \mu 60^\circ = \frac{(OM)}{R} \Leftrightarrow (OM) = \frac{\alpha}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\alpha \sqrt{3}}{4} \text{ και}$$

$$(HA) = \sqrt{x^2 + (\Lambda M)^2} = \sqrt{\frac{\alpha^2}{16} + \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha \sqrt{3}}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{\alpha^2}{16} + \frac{\alpha^2}{16}(7 - 4\sqrt{3})} = \frac{\alpha}{2} \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

δ. Από τον τύπο $T = \frac{2\pi m}{Bq}$ βλέπουμε ότι $T_\pi = 264T_e$. Το πιόνιο διέγραψε επίκεντρη γωνία 90° , ενώ το ηλεκτρόνιο 30° . Επομένως:

$$\frac{t_\pi}{t_e} = \frac{\frac{T_\pi}{4}}{\frac{T_e}{12}} = \frac{3T_\pi}{T_e} = 792.$$

ΘΕΜΑ 3

Σωστή απάντηση είναι η γ.

$$\frac{K_{\max}}{U_{\max}} = \frac{\frac{1}{2} m v_{\max}^2}{\frac{1}{2} D A^2} = \frac{m \omega^2 A^2}{m \omega_0^2 A^2} = \left(\frac{2\pi \cdot 2}{\sqrt{\frac{4\pi^2}{1}}} \right)^2 = 4$$

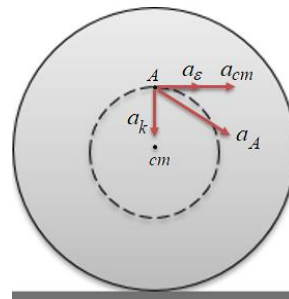
ΘΕΜΑ 4

Σωστή απάντηση είναι η δ.

$$\alpha_\kappa = \omega^2 \cdot r = \left(\frac{a_{cm}}{R} \cdot r \right)^2 \cdot r = 1 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha_\gamma = \alpha_{cm} \cdot \frac{r}{R} = 1 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha_A = \sqrt{(\alpha_{cm} + a_\gamma)^2 + \alpha_\kappa^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \text{ m/s}^2$$



ΘΕΜΑ 5

Σωστή απάντηση είναι η δ. Είναι $\ell = 2d$. Έστω F , N οι δυνάμεις από τα στηρίγματα στα A και Δ . Ο φορέας της F διέρχεται από το M όπως και ο φορέας του βάρους W , επομένως και της N .

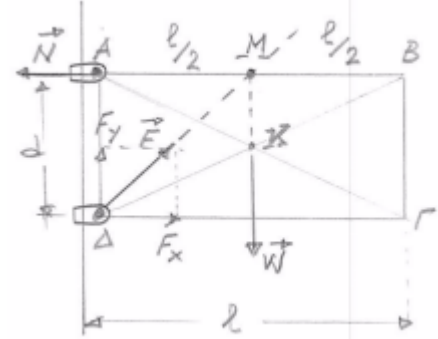
$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_x = N \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_y = w \quad (2)$$

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \rightarrow N = 2w \quad (3)$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \rightarrow F = w\sqrt{5} \quad (4)$$

$$\text{Επομένως } \frac{N}{F} = \frac{2w}{w\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$



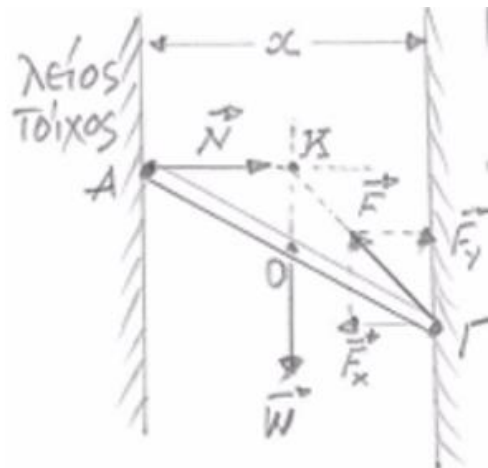
ΘΕΜΑ 6

Το δοκάρι δέχεται την κάθετη δύναμη επαφής N από τον λείο τοίχο με τον φορέα της να διέρχεται από το σημείο K του φορέα της δύναμης του βάρους της. Από το ίδιο σημείο K διέρχεται και ο φορέας της δύναμης επαφής F από τον τραχύ τοίχο. Η δύναμη F αναλύεται σε δύο συνιστώσες F_x που είναι σε ρόλο κάθετης δύναμης επαφής και F_y σε ρόλο τριβής. Η στήριξη είναι οριακή επομένως $F_y = \mu \cdot F_x \quad (1)$.

Από την ισορροπία ισχύει: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N = F_x \quad (2)$,

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y = w \quad (3)$$

$$\text{και } \Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow w \cdot \frac{x}{2} - N \sqrt{\ell^2 - x^2} = 0 \Rightarrow x = \frac{2\ell}{\sqrt{\mu^2 + 4}}$$



ΘΕΜΑ 7

Σωστή απάντηση είναι η γ.

$$B_1 = k_\mu \frac{2\pi I_1}{r} \quad (1), \quad I_2 = \frac{dq}{dt} = \frac{q}{T} = q \cdot f \quad (2), \quad B_2 = k_\mu \frac{2\pi I_2}{r} \quad (3)$$

$$B_2 = 2B_1 \Rightarrow k_\mu \frac{2\pi}{r} q \cdot f = 2k_\mu \frac{2\pi I_1}{r} \Rightarrow q \cdot f = 2 \cdot I_1 \Rightarrow f = \frac{2 \cdot I_1}{q} \Rightarrow f = 400 \text{ Hz}$$

ΘΕΜΑ 8

$$m_1: A. \Delta. M. E. E_{\mu\eta\chi A} = E_{\mu\eta\chi F} \Rightarrow m_1 g h = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v_1^2 = 2 g h (1)$$

$$\text{Από ΑΔΟ και ΑΔΚΕ προκύπτει: } \vec{v}_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \vec{v}_1 \Rightarrow |v_2'| = \frac{2m}{m + 3m} |v_1|$$

$$|v_2'| = \frac{|v_1|}{2} (2)$$

Αν και δεν χρειάζεται, χωρίς να βλάψουμε τη γενικότητα θεωρούμε θετική φορά για την ταλάντωση του m_2 προς τα πάνω:

$$m_2: \Sigma \vec{F} = m_2 \vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{\epsilon\lambda} + \vec{W}_2 = -m_2 \omega_2^2 \vec{y} \Rightarrow \vec{F}_{\epsilon\lambda} = -\vec{W}_2 - k\vec{y}$$

$$\vec{F}_{\epsilon\lambda}' = -\vec{F}_{\epsilon\lambda} \Rightarrow \vec{F}_{\epsilon\lambda}' = \vec{W}_2 + k\vec{y}$$

$$\text{Για το } m_3: \Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{\epsilon\lambda}' + \vec{N}_3 + \vec{W}_3 = 0 \Rightarrow \vec{N}_3 = \vec{F}_{\epsilon\lambda}' - \vec{W}_3 =$$

$$-k\vec{y} - \vec{W}_2 - \vec{W}_3 = -k\vec{y} - \vec{W}_{2,3} \text{ με } \vec{W}_{2,3} = -6m\vec{g}.$$

$$\Delta\eta\lambda\alpha\delta\eta \text{ ισχύει: } \vec{N}_3 = -k\vec{y} + 6m\vec{g}.$$

Η N_3 είναι κατά μέτρο μέγιστη στην θέση $y = -A$,

$$\text{άρα } N_{3\max} = kA + 6mg = T_p \Rightarrow kA + 6mg = 12mg (3)$$

$$\text{Το } m_2 \text{ εκτελεί αατ με } D = k = m\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{3m} (4)$$

Η ενεργοποίηση της ταλάντωσης του m_2 γίνεται από τη Θ.Ι. ,άρα $v_2' = \omega A$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{2} = \omega A \Rightarrow \frac{v_1^2}{4} = \omega^2 A^2 \Rightarrow \frac{2gh}{4} = \frac{k}{3m} A^2 \Rightarrow \frac{gh}{2} = \frac{k}{3m} A^2. (5)$$

$$\text{Από την (3): } kA = 12mg - 6mg = 6mg \Rightarrow A = \frac{6mg}{k}$$

$$\text{Από την (5): } h = \frac{24mg}{k}$$

Η απόσπαση του m_3 αρχίζει όταν $\vec{N}_3 = 0$,

$$\text{άρα από την σχέση } \vec{N}_3 = -k\vec{y} + 6m\vec{g} \Rightarrow 0 = -k\vec{y}^* + 6m\vec{g} \Rightarrow \vec{y}^* = \frac{6m\vec{g}}{k}$$

με μέτρο : $y^* = \frac{6mg}{k} = A$ όπου y^* η απομάκρυνση από τη ΘΙ του m_2 όταν θα αρχίζει η απόσπαση του m_3 από το γυάλινο τραπέζι.

Δηλαδή επαληθεύονται και οι 2 συνθήκες.