

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2017

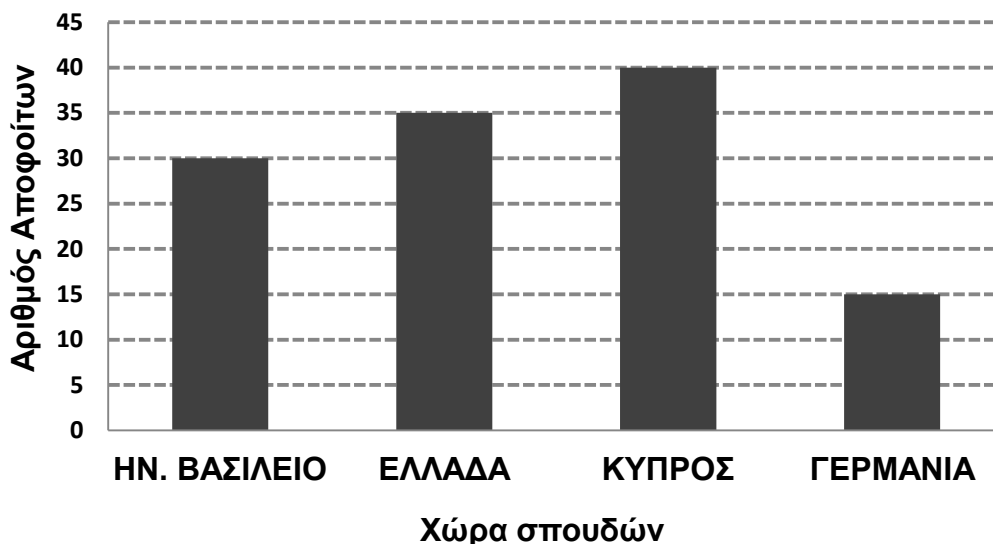
**Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ**

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Παρασκευή, 9 Ιουνίου 2017
8:00 – 11:00**

**ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ.
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ που αποτελείται
από δύο (2) σελίδες.
Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.**

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω ραβδόγραμμα συχνοτήτων, φαίνεται η χώρα που επέλεξαν οι απόφοιτοι μαθητές ενός Λυκείου της Λευκωσίας για να ακολουθήσουν ανώτερες σπουδές.



- (α) Να βρείτε τη χώρα που επέλεξαν οι λιγότεροι μαθητές για σπουδές.
(β) Να υπολογίσετε τον συνολικό αριθμό των μαθητών του πιο πάνω Λυκείου, που **δεν επέλεξαν** την Κύπρο για ανώτερες σπουδές.

2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$
3. Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου και το μήκος της ακτίνας του κύκλου με εξίσωση $(x-1)^2 + (y+7)^2 = 36$
4. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ της συνάρτησης $y = 3x^4 + \eta\mu x - 1$, $x \in \mathbb{R}$
5. Δίνεται η λέξη **ΛΕΜΥΘΟΥ**.
Να βρείτε:
(α) Το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης.
(β) Πόσοι από τους πιο πάνω αναγραμματισμούς έχουν τα **Υ** συνεχόμενα.
6. Σε μια εταιρεία εργάζονται 25 υπάλληλοι. Οι 4 υπάλληλοι έχουν μέσο μηνιαίο μισθό €2400 και οι υπόλοιποι έχουν μέσο μηνιαίο μισθό €1100. Να βρείτε το μέσο μηνιαίο μισθό όλων των υπαλλήλων της εταιρείας.
7. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^3 (3x^2 + 4x - 2) dx$
8. Δίνεται η καμπύλη με εξίσωση $x^2 + y^2 - 2x + y = 5$
Να βρείτε την παράγωγο $\frac{dy}{dx}$
9. Τα A και B είναι ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω ενός πειράματος τύχης με $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{5}$ και $P(A \cap B) = \frac{7}{20}$
Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:
(α) $P(B')$
(β) $P(A \cup B)$
(γ) $P(A - B)$
10. Η συνάρτηση με τύπο $y = x^3 + \alpha x^2 + \beta$ παρουσιάζει σημείο καμπής στο σημείο $A(-1, 6)$
(α) Να υπολογίσετε τις τιμές των α και β όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
(β) Αν $\alpha = 3$ και $\beta = 4$, να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο της $B(1, 8)$

**ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄**

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$

Να βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τους άξονες των συντεταγμένων, τις ασύμπτωτες, τα διαστήματα μονοτονίας, τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης και στη συνέχεια να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

2. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει το βαθμό δέκα μαθητών στο μάθημα των Μαθηματικών Θεωρητικής Κατεύθυνσης του Α΄ Τετραμήνου.

Βαθμός (x_i)	15	16	17	18	20
Αριθμός μαθητών (f_i)	2	2	2	3	1

(α) Να βρείτε:

(i) Την επικρατούσα τιμή (x_e) των βαθμών.

(ii) Τη μέση τιμή (\bar{x}) των βαθμών.

(iii) Την τυπική απόκλιση (σ) των βαθμών.

(β) Επιλέγεται τυχαία ένας από τους πιο πάνω μαθητές. Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής να έχει βαθμό 20 στο μάθημα των Μαθηματικών Θεωρητικής Κατεύθυνσης στο Α΄ Τετράμηνο.

3. Σε ένα τμήμα 18 μαθητών μιας Τεχνικής Σχολής, οι 8 μαθητές προέρχονται από το χωριό Α. Από τους 18 μαθητές, θα επιλεγεί τυχαία ομάδα 5 μαθητών για να εκπροσωπήσει το σχολείο σε μια τελετή στο Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού.

(α) Να υπολογίσετε με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορεί να επιλεγεί η ομάδα, αν δεν υπάρχει κανένας περιορισμός.

(β) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων στην πενταμελή ομάδα :

Κ: «Να μη συμμετέχει κανένας μαθητής από το χωριό Α»

Λ: «Να συμμετέχουν ακριβώς 3 μαθητές από το χωριό Α»

Μ: «Να συμμετέχουν τουλάχιστον 4 μαθητές από το χωριό Α»

4. Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση $u = \sqrt{x+1}$ ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο, να βρείτε το ολοκλήρωμα $\int \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} dx$

5. Δίνεται η καμπύλη με τύπο $y = x + \sqrt{x^2 + 4}$
Να δείξετε ότι :

$$(\alpha) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

$$(\beta) \quad (x^2 + 4) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 0$$

----- ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ -----