

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2013**

**Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ**

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Πέμπτη, 23 Μαΐου 2013  
7:30 – 10:30**

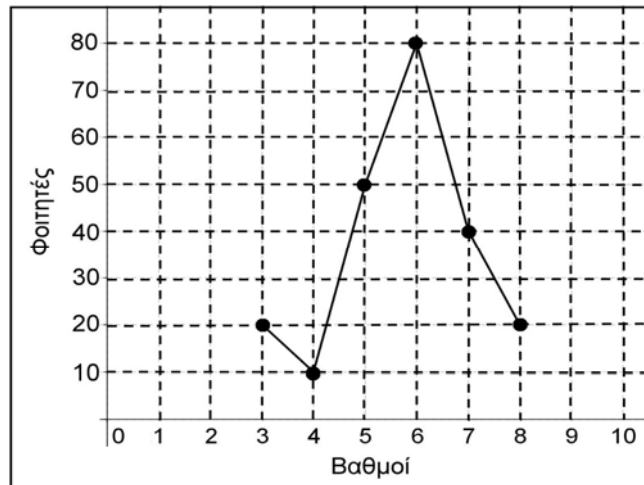
**ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ  
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο που αποτελείται από  
δύο (2) σελίδες.**

**ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.**

**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο  $\left(\frac{d\psi}{dx}\right)$  της συνάρτησης:  
$$\psi = x^3 - 2x + \eta\mu x$$
2. Οι ψηλότερες θερμοκρασίες που καταγράφηκαν, τις 8 πρώτες μέρες του Ιανουαρίου στην Αθήνα, ήταν: 11, 12, 15, 16, 13, 12, 12, 13.  
Να βρείτε τη μέση τιμή των θερμοκρασιών αυτών.
3. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο  $K(0, -3)$  και ακτίνα  $R = 2$ .
4. Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της λέξης ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ.  
Πόσοι από αυτούς αρχίζουν από Ι και τελειώνουν σε Ο;

5. Στο πιο κάτω πολύγωνο συχνοτήτων παρουσιάζονται οι βαθμοί που πήραν οι φοιτητές ενός τμήματος του Πανεπιστημίου Κύπρου, στην εξέταση του μαθήματος της Στατιστικής.



Με βάση το πιο πάνω πολύγωνο συχνοτήτων:

- Να βρείτε πόσοι φοιτητές πήραν βαθμό 8.
- Να βρείτε συνολικά πόσοι φοιτητές παρακάθισαν στην εξέταση.
- Αν ένας φοιτητής για να περάσει το μάθημα πρέπει να πάρει στην εξέταση βαθμό τουλάχιστον 5, να βρείτε πόσοι φοιτητές πέρασαν το μάθημα.

6. Να βρείτε το όριο:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{x^2}$

7. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα:  $\int_1^2 (4x^3 - 3x) dx$

8. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο:  $\psi = \eta m^2 x$

Να δείξετε ότι:  $\frac{d^2 \psi}{dx^2} + 4\psi - 2 = 0$

9. Για τα ενδεχόμενα A και B του ίδιου δειγματικού χώρου ισχύουν:

$$P(A) = \frac{2}{5}, P(B) = \frac{1}{3} \text{ και } P(A \cup B) = \frac{3}{5}.$$

- Να βρείτε τις πιθανότητες:  $P(A')$ ,  $P(A \cap B)$  και  $P(A - B)$ .
- Να δείξετε ότι τα ενδεχόμενα A και B είναι ανεξάρτητα.

10. Δίνεται η καμπύλη με εξίσωση:  $\psi^2 - \chi\psi = 2$

a) Να δείξετε ότι:  $\frac{d\psi}{d\chi} = \frac{\psi}{2\psi - \chi}$

b) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο της  $A(1, 2)$  είναι:  $2\chi - 3\psi + 4 = 0$

**ΜΕΡΟΣ Β΄:** Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο:  $\psi = \frac{\chi^2}{\chi - 1}$

Να βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τους άξονες των συντεταγμένων, τις ασύμπτωτες, τα διαστήματα μονοτονίας και τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης, και στη συνέχεια να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

2. Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση  $u = 1 - \chi$  ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο, να βρείτε το ολοκλήρωμα:  $\int \chi(1 - \chi)^3 d\chi$

3. Ο πίνακας παρουσιάζει τις ώρες ενασχόλησης, με αθλητικές δραστηριότητες, 40 μαθητών ενός σχολείου, κατά το Σαββατοκυριακό.

Αριθμός ωρών ( $\chi_i$ )	0	1	2	3	4	5
Αριθμός μαθητών ( $f_i$ )	5	11	10	9	3	2

Να βρείτε:

a) την επικρατούσα τιμή ( $\chi_\epsilon$ ),

b) τη μέση τιμή ( $\bar{\chi}$ ), και

c) την τυπική απόκλιση ( $\sigma$ ) των παρατηρήσεων.

4. Η συνάρτηση με τύπο:  $\psi = \alpha\chi^3 - 3\chi^2 + \beta$  έχει σημείο καμπής στο  $A(1, 3)$ .
- a) Να υπολογίσετε τις τιμές των σταθερών  $\alpha$  και  $\beta$ .
- b) Αν  $\alpha = 1$  και  $\beta = 5$ , να βρείτε και να χαρακτηρίσετε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης.
5. Από κατάλογο 7 ανδρών και 4 γυναικών σχηματίζεται τυχαία μια πενταμελής επιτροπή.
- a) Να βρείτε πόσες διαφορετικές επιτροπές μπορούν να σχηματιστούν, αν δεν υπάρχει κανένας περιορισμός.
- b) Αν επιλεγεί τυχαία μια επιτροπή από αυτές, να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:
- A: «η επιτροπή αποτελείται μόνο από άνδρες».
- B: «η επιτροπή αποτελείται από 3 άνδρες και 2 γυναίκες».
- Γ: «η επιτροπή περιλαμβάνει το πολύ 2 γυναίκες».

----- Τ Ε Λ Ο Σ -----