

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 6 ΙΟΥΛΙΟΥ 2001  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ  
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A.** α) Να αποδείξετε ότι, αν  $z_1 = \alpha + \beta i$  και  $z_2 = \gamma + \delta i$ , όπου  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbf{R}$  είναι δύο μιγαδικοί αριθμοί, τότε

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$$

*Μονάδες 6,5*

- β) Αν  $z = \alpha + \beta i$ , όπου  $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ , είναι ένας μιγαδικός αριθμός, να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης I** του επόμενου πίνακα, και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης II** που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Στήλη I	Στήλη II
A. $z + \bar{z}$	1. $\alpha - \beta$
B. $z - \bar{z}$	2. $2\alpha$
Γ. $z \cdot \bar{z}$	3. $2\beta i$
Δ. $ \bar{z} $	4. $\alpha + \beta$
	5. $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$
	6. $\alpha^2 + \beta^2$

*Μονάδες 6*

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**B.α)** Δίνονται οι μιγαδικοί αριθμοί  $z_1 = k + 15i$  και  $z_2 = 5 + \lambda i$ , όπου  $k, \lambda \in \mathbf{R}$ . Να βρείτε τις τιμές των  $k$  και  $\lambda$ , ώστε να ισχύει  $z_1 = 5 \overline{z_2}$ .

*Μονάδες 6*

**β)** Να βρείτε τους μιγαδικούς αριθμούς  $z$ , ώστε να ισχύει  $z \cdot \bar{z} + (z - \bar{z}) = 5 + 2i$ .

*Μονάδες 6,5*

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η πραγματική συνάρτηση  $f(x) = x^2 - kx + 1$ , όπου  $x \in \mathbf{R}$ .

**α)** Να βρείτε την τιμή του  $k$ , για την οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A(1,0)$ .

*Μονάδες 12*

**β)** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $B(0, f(0))$ , όταν  $k=17$ .

*Μονάδες 13*

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός  $z = \frac{2}{1+i}$

**α)** Να γράψετε τον μιγαδικό αριθμό  $z$  στη μορφή  $z = x + yi$ , όπου  $x, y \in \mathbf{R}$ .

*Μονάδες 8*

**β)** Να γράψετε σε τριγωνομετρική μορφή τον μιγαδικό αριθμό  $z$ .

*Μονάδες 8*

**γ)** Να αποδείξετε ότι η εικόνα του μιγαδικού αριθμού  $z$  ανήκει στον κύκλο με κέντρο  $K(2,0)$  και ακτίνα  $\rho = \sqrt{2}$ .

*Μονάδες 9*

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ , όπου  $x \in \mathbf{R}$

α) Να βρείτε την παράγωγο  $f'(x)$ .

*Μονάδες 5*

β) Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα τη συνάρτηση  $f$ .

*Μονάδες 12*

γ) Να βρείτε (αν υπάρχουν) τις οριζόντιες ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$ .

*Μονάδες 8*