ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1.→ β.

Α3 → γ.

Α2→ α.

Α4 → γ.

Α5.

α) ΛΑΘΟΣ.

β) ΣΩΣΤΟ.

γ) ΛΑΘΟΣ.

δ) ΣΩΣΤΟ.

ε) ΣΩΣΤΟ.

ΘΕΜΑ Β

Β1. **Σωστή Απάντηση: ii**

Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής Α, πριν την κρούση είναι:

$$f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_1} f_S \;\Rightarrow\; f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} + \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{20}} f_S \;\Rightarrow\; f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\dfrac{21\upsilon_{\eta\chi}}{20}} f_S \;\Rightarrow\; f_1 = \frac{20}{21} f_S \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο για την κρούση των σωμάτων Σ_1 και Σ_2, προκύπτει:

$$\vec{P}_{\Pi\text{ΡΙΝ}} = \vec{P}_{\text{ΜΕΤΑ}} \;\Rightarrow\; m\vec{\upsilon}_S = (m+m)\vec{\upsilon}\,'_S \;\Rightarrow\; m\upsilon_S = 2m\upsilon'_S \;\Rightarrow\; \upsilon'_S = \frac{\upsilon_S}{2} \quad (2)$$

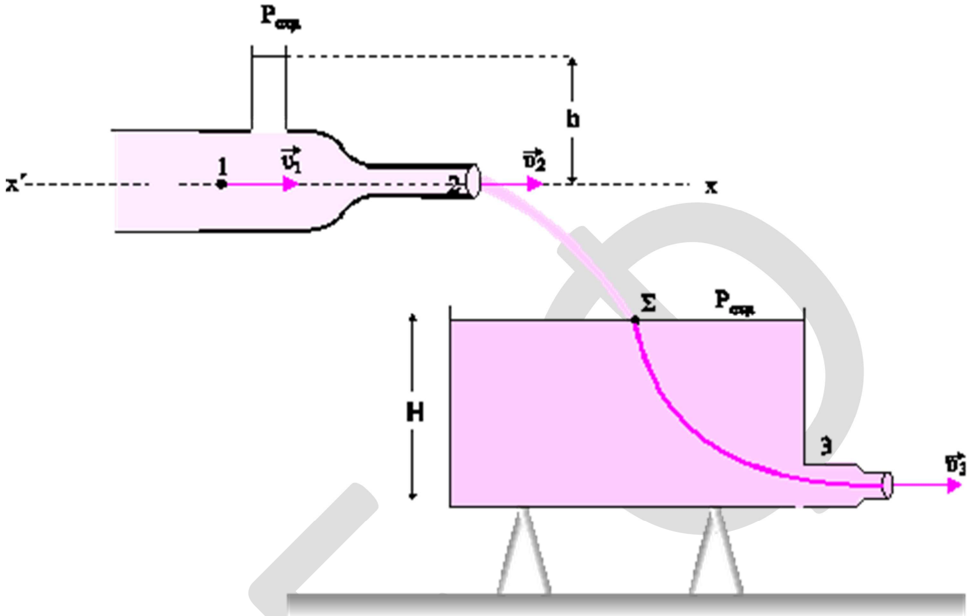
Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής Α, μετά κρούση είναι:

$$f_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon'_S} f_S \overset{(2)}{\Rightarrow} f_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} + \dfrac{\upsilon_S}{2}} f_S \;\Rightarrow\; f_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} + \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{40}} f_S \;\Rightarrow\; f_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\dfrac{41\upsilon_{\eta\chi}}{40}} f_S \;\Rightarrow\; f_2 = \frac{40}{41} f_S \quad (3)$$

Διαιρώντας κατά μέλη της σχέσεις (1) και (3) προκύπτει:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{20}{21} f_S}{\frac{40}{41} f_S} = \frac{41}{42}$$

Β2. **Σωστή απάντηση: iii**



Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli στη ρευματική γραμμή που διέρχεται από τα σημεία 1 και 2, προκύπτει:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 + \rho g y_2 \quad \underset{P_1 = P_{\alpha\tau\mu} + \rho g h,\ P_2 = P_{\alpha\tau\mu}}{\overset{y_1 = y_2 = 0}{\Longrightarrow}}$$

$$P_{\alpha\tau\mu} + \rho g h + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \ \Rightarrow\ \rho g h + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \ \Rightarrow\ 2gh + \upsilon_1^2 = \upsilon_2^2 \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση συνέχειας, προκύπτει:

$$\Pi_1 = \Pi_2 \ \Rightarrow\ A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \ \Rightarrow\ 2A_2\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \ \Rightarrow\ \upsilon_2 = 2\upsilon_1 \quad (2)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση συνέχειας, προκύπτει:

$$\Pi_2 = \Pi_3 \Rightarrow A_2\upsilon_2 = A_3\upsilon_3 \ \Rightarrow\ A_2\upsilon_2 = \frac{A_2}{2}\upsilon_3 \ \Rightarrow\ \upsilon_3 = 2\upsilon_2 \quad (3)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernulli στη ρευματική γραμμή που διέρχεται από ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού και το σημείο 3, προκύπτει:

$$P_\Sigma + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Sigma^2 + \rho g y_\Sigma = P_3 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_3^2 + \rho g y_3 \quad \underset{P_\Sigma = P_{\alpha\tau\mu},\ P_3 = P_{\alpha\tau\mu}}{\overset{y_3 = 0,\ y_\Sigma = H,\ \upsilon_\Sigma = 0}{\Longrightarrow}} \quad \upsilon_3 = \sqrt{2gH} \quad (4)$$

Από τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτει:

$$(3) \overset{(4)}{\Rightarrow} \upsilon_2 = \frac{1}{2}\sqrt{2gH} \ (5)$$

Από τις σχέσεις (2) και (5) προκύπτει:

$$(2) \overset{(5)}{\Rightarrow} \upsilon_1 = \frac{1}{4}\sqrt{2gH} \ (6)$$

Από τις σχέσεις (1), (5) και (6) προκύπτει:

$$(1) \underset{(6)}{\overset{(5)}{\Rightarrow}} 2gh + \frac{1}{16}2gH = \frac{1}{4}2gH \Rightarrow 16h + H = 4H \Rightarrow 16h = 3H \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}$$

Β3. **Σωστή απάντηση: ii**

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε μεταξύ των θέσεων (ΟΑ) και (ΟΔ) προκύπτει:

$$K_\Delta - K_A = W_F \overset{K_A=0}{\Rightarrow}$$

$$\frac{1}{2}I_\rho^O\omega_1^2 = \tau_F \cdot \varphi \Rightarrow \frac{1}{6}ML^2\omega_1^2 = F \cdot L \cdot \varphi \overset{\varphi=\pi/2}{\Rightarrow} \frac{1}{6}ML^2\omega_1^2 = F \cdot L \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega_1 = 3\pi \,\text{rad/sec} \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Σ για την κρούση της ράβδου με το σώμα m, προκύπτει:

$$\vec{L}_{\text{ΠΡΙΝ}} = \vec{L}_{\text{ΜΕΤΑ}} \Rightarrow I_\rho^O\omega_1 = I_{\rho,m}^O\omega_2 \Rightarrow I\omega_1 = \left(I_\rho^O + mL^2\right)\omega_2 \Rightarrow$$

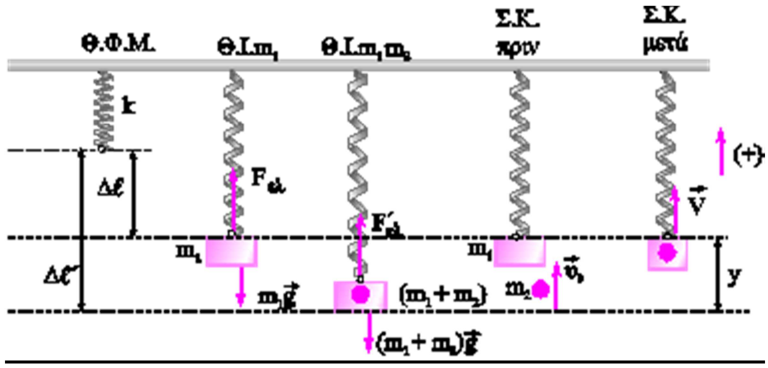
$$\frac{1}{3}ML^2\omega_1 = \left(\frac{1}{3}ML^2 + mL^2\right)\omega_2 \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{1}{3}\cdot 3\cdot 1^2 \cdot 3\pi = \left(\frac{1}{3}3\cdot 1^2 + 1\cdot 1^2\right)\omega_2 \Rightarrow$$

$$\omega_2 = \frac{3\pi}{2}\text{rad/sec} \quad (2)$$

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ράβδος – σώμαm εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση, άρα έχουμε:

$$\theta = \omega_2 \Delta t \overset{(2)}{\Rightarrow} \theta = \frac{3\pi}{2}\Delta t \overset{\theta=\frac{\pi}{2}\text{ rad}}{\Rightarrow} \Delta t = \frac{1}{3}\text{s}$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1.

- $\Theta\mathrm{I}m_1$: Το m_1 ισορροπεί, άρα έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; F_{\varepsilon\lambda} = m_1 \cdot g \;\Rightarrow\; K \cdot \Delta\ell = m_1 \cdot g \;\Rightarrow\; K = \frac{m_1 \cdot g}{\Delta\ell} \;\Rightarrow\; K = 200 \text{ N/m} \quad (1)$$

- $\Theta\mathrm{I}m_1 m_2$ Το συσσωμάτωμα ισορροπεί, άρα έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = (m_1 + m_2) \cdot g \;\Rightarrow\; K \cdot \Delta\ell' = (m_1 + m_2) \cdot g \;\Rightarrow$$

$$\Delta\ell' = \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{K} \overset{(1)}{\Rightarrow} \Delta\ell' = 0{,}1 \text{ (m)} \quad (2)$$

Το συσσωμάτωμα εκτελεί Α.Α.Τ με Θ.Ι.Τ. τη $\Theta\mathrm{I}m_1 m_2$ και εφόσον ακινητοποιείται στη Θ.Φ.Μ, το πλάτος της ταλάντωσης είναι ίσο με:

$$A = \Delta\ell' \overset{(2)}{\Rightarrow} A = 0{,}1 \text{ (m)} \quad (3)$$

Γ2.

Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο για την κρούση των δύο σωμάτων, m_1 και m_2, προκύπτει:

$$\vec{P}_{\Pi\mathrm{PIN}} = \vec{P}_{\mathrm{META}} \;\Rightarrow\; m_1 \vec{\upsilon}_0 = (m_1 + m_2)\vec{V} \;\Rightarrow\; m_1 \upsilon_0 = (m_1 + m_2) V \;\Rightarrow$$

$$1 \cdot \upsilon_0 = (1+1) V \;\Rightarrow\; \upsilon_0 = 2V \quad (4)$$

Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ε.Τ για την Α.Α.Τ του συσσωματώματος προκύπτει:

$$K + U_T = E_T \;\Rightarrow\; \frac{1}{2} m\upsilon^2 + \frac{1}{2} D y^2 = \frac{1}{2} D A^2 \overset{\upsilon = V,\, D = K,\, y = \Delta\ell' - \Delta\ell}{\Rightarrow}$$

$$m V^2 + K(\Delta\ell' - \Delta\ell)^2 = K A^2 \overset{(1),(2),(3)}{\Rightarrow} V = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (m/s)} \quad (5)$$

Από (4) και (5) προκύπτει:

$$\upsilon_0 = \sqrt{3}\ \text{(m/s)} \quad (6)$$

Η κινητική ενέργεια του Σ2 ελάχιστα πριν την κρούση ισούται με:

$$K_2 = \frac{1}{2} m\upsilon_2^2 \overset{(6)}{\Rightarrow} K_2 = 1{,}5\ \text{(J)} \quad (7)$$

Γ3. Θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω, ισχύει.

$$\Delta P_2 = m_2 V - m_2\upsilon_0 \overset{(5),(6)}{\Rightarrow} \Delta P_2 = -0{,}5\sqrt{3}\ \text{kgm/s} \quad (8)$$

Γ4. Οι αρχικές συνθήκες της Α.Α.Τ του συσσωματώματος είναι:

$$t_0 = 0,\ \upsilon = \pm 0{,}5\sqrt{3},\ \ y = 0{,}05$$

Επομένως για την αρχική φάση της ταλάντωσης ισχύει:

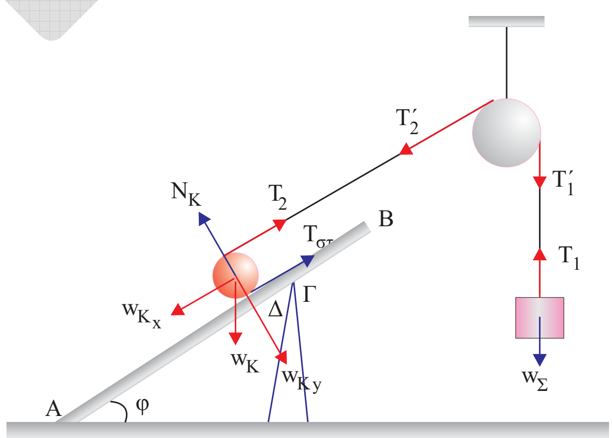
$$\eta\mu\varphi_0 = \frac{y}{A} = \frac{0{,}05}{0{,}1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_0 = \pi/6\ \text{rad}$$

Άρα η χρονική στιγμή της απομάκρυνσης του συσσωματώματος είναι:

$$y(t) = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) = A\eta\mu\left(\sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}}\cdot t + \varphi_0\right) \Rightarrow y(t) = 0{,}1\eta\mu(10t + \pi/6),\ (S.I.)$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1.



Σώμα Σ

$$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; T_1 = W_\Sigma \;\Rightarrow\; T_1 = M_\Sigma g \;\Rightarrow\; T_1 = 20\ \mathrm{N} = T_1' \quad (1)$$

Τροχαλία

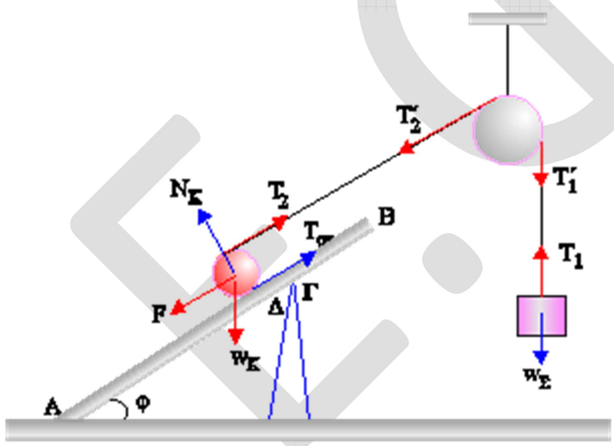
$$\Sigma \tau_{cm} = 0 \;\Rightarrow\; T_1' R_\tau - T_2' R_\tau = 0 \;\overset{(1)}{\Rightarrow}\; T_2' = 20\ \mathrm{N} = T_2' \quad (2)$$

Κύλινδρος

$$\bullet \Sigma \tau_{cm} = 0 \;\Rightarrow\; T_2 R_\kappa - T_{\sigma\tau} R_\kappa = 0 \;\Rightarrow\; T_{\sigma\tau} = T_2 \overset{(2)}{\Rightarrow} T_{\sigma\tau} = 20 \quad (3)$$

$$\bullet \Sigma F_x = 0 \;\Rightarrow\; T_2 + T_{\sigma\tau} - F - W_\kappa x = 0 \;\underset{(2),(3)}{\overset{W_\kappa x = M_\kappa g \cdot \eta\mu\varphi}{\Rightarrow}}\; F = 30\ (\mathrm{N}) \quad (4)$$

Δ2.



Σώμα Σ

$$\Sigma F_y = M_\Sigma \alpha_\Sigma \;\Rightarrow\; M_\Sigma g - = M_\Sigma \alpha_{cm\kappa} \;\Rightarrow\; 20 - T_1 = 4\alpha_{cm\kappa} \quad (5)$$

Τροχαλία

$$\Sigma \tau_{(cm)} = I_\tau \cdot \alpha_{\gamma\tau} \;\Rightarrow\; T_1' \cdot R_\tau - T_2' \cdot R_\tau = \frac{1}{2} M_\tau R_\tau^2 \frac{2\alpha_{cm\kappa}}{R_\tau} \;\overset{T_1'=T_1,\ T_2=T_2'}{\Rightarrow}\; T_1 R_\tau - T_2 \cdot R_\tau = 2\alpha_{cm\kappa} \quad (6)$$

Κύλινδρος

$$\bullet \Sigma F_x = M_\kappa \alpha_{cm} \;\Rightarrow\; T_2 - M_\kappa g\, \eta\mu\varphi + T_{\sigma\tau} = M_\kappa \alpha_{cm\kappa} \;\Rightarrow\; T_2 - 10 + T_{\sigma\tau} = 2\alpha_{cm\kappa} \quad (7)$$

$$\bullet \Sigma \tau_{(cm)} = I_\tau \cdot \alpha_{\gamma\tau} \;\Rightarrow T_2 R_\kappa - T_{\sigma\tau} \cdot R_k = \frac{1}{2} M_\kappa R_\kappa^2 \frac{\alpha_{cm\kappa}}{R_\kappa} \;\Rightarrow\; T_2 - T_{\sigma\tau} = \alpha_{cm\kappa} \quad (8)$$

Από τις σχέσεις (5), (6), (7) και (8) προκύπτει:

$$(5)\cdot 2 + (6)\cdot 2 + (7) + (8) \;\Rightarrow\; \alpha_{cm\kappa} = 2\ \mathrm{m/s^2} \quad (9)$$

Η επιτάχυνση του Σ ισούται με:

$$\alpha_\Sigma = \alpha_{cm\kappa} \overset{(9)}{\Rightarrow} \alpha_\Sigma = 4\,\text{m/s}^2 \ (10)$$

Δ3.

Για την ταχύτητα του cm του κυλίνδρου την $t_1 = 0,5$ s, ισχύει:

$$\upsilon_{cm\kappa 1} = a_{cm\kappa} \cdot t_1 \overset{(9)}{\Rightarrow} \upsilon_{cm\kappa 1} = 1 \text{ m/s} \ (11)$$

Μετά την t_1 για τον κύλινδρο ισχύει:

$$\bullet\ \Sigma F_x = M_\kappa a'_{cm\kappa} \Rightarrow T_{\sigma\tau} - M_\kappa g\eta\mu\varphi = M_\kappa a'_{cm\kappa} \Rightarrow T_{\sigma\tau} - 10 = 2a'_{cm\kappa} \ (12)$$

$$\bullet\ \Sigma\tau_{(cm)} = I_\kappa \cdot \alpha'_{\gamma\tau} \Rightarrow -T_{\sigma\tau} \cdot R_k = \frac{1}{2} M_\kappa R_\kappa^2 \frac{\alpha'_{cm\kappa}}{R_\kappa} \Rightarrow -T_{\sigma\tau} = a'_{cm\kappa} \ (13)$$

Προσθέτοντας την (12) και την (13) προκύπτει:

$$a'_{cm\kappa} = -10/3 \ (\text{m/s}^2) \ (14)$$

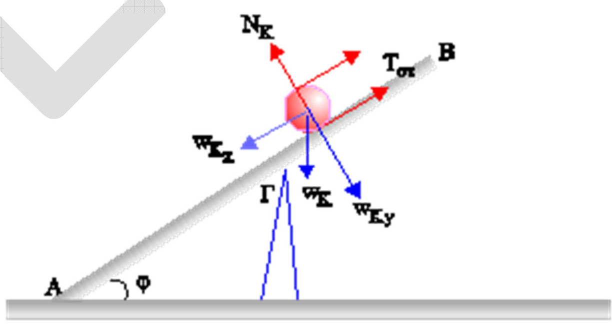
Η χρονική διάρκεια που απαιτείται για την ακινητοποίηση του κυλίνδρου είναι:

$$\Delta t_{stop} = \frac{|\upsilon_{cm1}|}{|a'_{cm\kappa}|} \overset{(11),(14)}{\Rightarrow} \Delta t_{stop} = 0,3 \ (\text{s}) \ (15)$$

Άρα η χρονική στιγμή ακινητοποίησης του κυλίνδρου είναι:

$$t_2 = t_1 + \Delta t_{stop} \overset{(15)}{\Rightarrow} t_2 = 0,8 \ (\text{s})$$

Δ4.



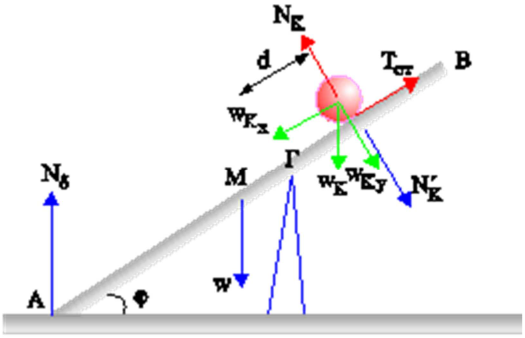
Το διάστημα που διανύει ο κύλινδρος στη χρονική διάρκεια $0 \to t_1$, είναι:

$$S_{0\to t_1} = \frac{1}{2} a_{cm\kappa} \cdot t_1^2 \overset{(9)}{\Rightarrow} S_{0\to t_1} = 0,25 \text{ m}$$

Το αντίστοιχο διάστημα στη διάρκεια $t_1 \to t_2$, είναι: $S_{t_1\to t_2} = \dfrac{\upsilon_{cm1}^2}{2|a'_{cm\kappa}|} \overset{(11),(14)}{\Rightarrow} S_{t_1\to t_2} = 0{,}15\ \mathrm{m}$

Άρα το συνολικό διάστημα ισούται με: $S_{o\lambda\iota\kappa\acute{o}} = S_{0\to t_1} + S_{t_1\to t_2} = 0{,}4\ \mathrm{m}$

Δ5.



Πρέπει ουσιαστικά να αποδείξουμε ότι η δύναμη N_δ που δέχεται η ράβδος από το δάπεδο τη χρονική στιγμή $t_2 = 0{,}8\ s$ που ο κύλινδρος ακινητοποιείται είναι διάφορη του μηδέν, ενώ αυτή ισορροπεί. Για την ισορροπία της ράβδου την παραπάνω χρονική στιγμή ισχύει:

$$\Sigma\tau_{cm} = 0 \Rightarrow N'_\kappa \cdot d - \mathrm{M_K}\, g(\mathrm{M\Gamma})\sigma\upsilon\nu\varphi + \mathrm{N}_\delta(\Gamma\mathrm{A})\sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \overset{d=S\text{ο}\lambda-(\mathrm{M\Gamma})\,N'_\mathrm{K}=N_\mathrm{K}=w_{\mathrm{K},y}\mathrm{M_K}\sigma\upsilon\nu\varphi}{\Rightarrow}$$

$$\mathrm{N}_\delta(\Gamma\mathrm{A}) = 6 \Rightarrow \mathrm{N}_\delta = \frac{6}{(\Gamma\mathrm{A})} \neq 0$$