



**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ - Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ - ΑΥΤΟΤΕΛΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ
& ΤΜΗΜΑΤΩΝ ΣΥΝΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**

Σάββατο 9 Ιουνίου 2018

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

(Ενδεικτικές Απαντήσεις)

ΘΕΜΑ Α

A1.

Τα ερωτήματα **α, β** είναι ορισμοί και το **γ** απόδειξη στη σελίδα 65 του σχολικού βιβλίου.

A2.

Ορισμός στη σελίδα 83 του σχολικού βιβλίου.

A3.

α. ΣΩΣΤΟ

β. ΛΑΘΟΣ

γ. ΛΑΘΟΣ

δ. ΣΩΣΤΟ

ε. ΛΑΘΟΣ

ΘΕΜΑ Β

B1.

Επειδή το πλήθος των αριθμών είναι 5, δηλαδή περιττός, η διάμεσος είναι τιμή του δείγματος.

$$\text{Άρα } 4\alpha - 1 = 15$$

$$\alpha = 4$$

B2.

Για $n = 4$ το δείγμα διαμορφώνεται: 14, 12, 18, 15, 16.

$$\text{Άρα } \bar{x} = \frac{14+12+18+15+16}{5} = 15$$

$$S^2 = \frac{1}{5} [(14 - 15)^2 + (12 - 15)^2 + (18 - 15)^2 + (15 - 15)^2 + (16 - 15)^2]$$

$$S^2 = 4.$$

B3.

$$CV = \frac{S}{|\bar{x}|} 100\% = \frac{2}{15} 100\% \cong 13,3\% > 10\%$$

Άρα το δείγμα **δεν** είναι ομοιογενές.

B4.

Αν πολλαπλασιάσουμε όλους τους αριθμούς με -2 και προσθέσουμε το 5 , τότε το νέο δείγμα γίνεται $y_i = -2x_i + 5$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$

$$\text{Άρα } \bar{y} = -2\bar{x} + 5 = -25$$

$$S_y = |-2| S_x = 4$$

$$CV_y = \frac{S_y}{|\bar{y}|} 100\% = 16\%$$

ΘΕΜΑ Γ**Γ1.**

Η f είναι συνεχής για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ως πολυωνυμική και παραγωγίσιμη με:

$$f'(x) = 6x^2 - 6kx$$

Αφού η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $M(1, f(1))$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$, ισχύει ότι:

$$f'(1) = 0$$

$$6 - 6\kappa = 0$$

$$\kappa = 1.$$

Γ2.

Από (1) για $\kappa = 1$: $f'(x) = 6x^2 - 6x$

Η $f'(x)$ είναι ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης.

Η f' είναι συνεχής στο \mathbb{R} ως πολυωνυμική και παραγωγίσιμη με: $f''(x) = 12x - 6$

$$f''(x) = 0$$

$$12x - 6 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f''(x)$		-	+
$f'(x)$		↓	↑

Άρα ο ρυθμός μεταβολής γίνεται ελάχιστος για $x = \frac{1}{2}$

Γ3.

Έχω:

$$f'(-1) = 12$$

$$f''(x) = 12x - 6$$

$$f''(-1) = -18$$

Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης είναι $\lambda = f''(-1) = -18$

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης της f' στο σημείο $(-1, 12)$ είναι:

$$\varepsilon: y = -18x + \beta$$

Αφού $(-1, 12) \in \varepsilon$, έχω $12 = -18(-1) + \beta$

Δηλαδή $\beta = -6$

Επομένως $\varepsilon: y = -18x - 6$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Η f είναι συνεχής και παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} με

$$f'(x) = (\sqrt{x^2 + 4} + 2018)' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 4}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

Δ2.

Το πρόσημο της f' εξαρτάται από τον αριθμητή x , δεδομένου ότι $\sqrt{x^2 + 4} > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$		↓	↑

Η f είναι γνήσια φθίνουσα στο $(-\infty, 0]$.

Η f είναι γνήσια αύξουσα στο $[0, +\infty)$.

Η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για $x = 0$, το $f(0) = 2020$

Δ3.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 4)f'(x) - 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 4) \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} - 2x}{x^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sqrt{x^2 + 4} - 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2 + 4} - 2)(\sqrt{x^2 + 4} + 2)}{x(\sqrt{x^2 + 4} + 2)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x(\sqrt{x^2 + 4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4} + 2} = 0.$$