Ένωση Ελλήνων Φυσικών

<u>ΦΥΣΙΚΗ</u>
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)

<u>ΘΕΜΑ Α</u>

Α1 $\rightarrow$ β

Α2 $\rightarrow$ γ

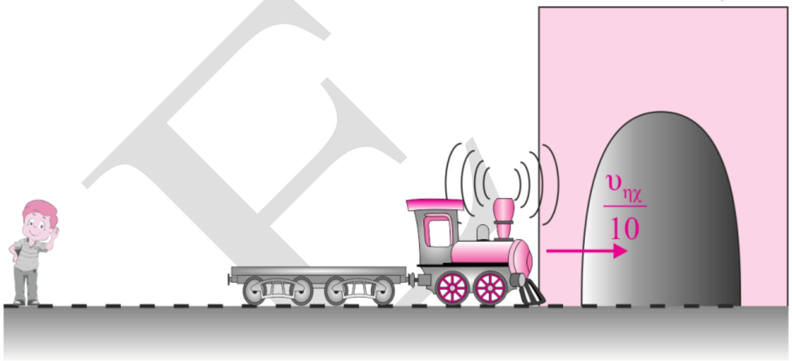
Α3 $\rightarrow$ β

Α4 $\rightarrow$ δ

Α5. **α** $\rightarrow$ Σωστό **β** $\rightarrow$ Λάθος **γ** $\rightarrow$ Σωστό **δ** $\rightarrow$ Λάθος **ε** $\rightarrow$ Λάθος

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

Β1. Η σωστή απάντηση **είναι το iii.**



Ο ακίνητος παρατηρητής που βρίσκεται πάνω στις γραμμές και πίσω από το τρένο, ακούει από το τρένο ήχο συχνότητας f_1.

$$f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} + \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}} \cdot f_s = \frac{\upsilon_{\eta\chi} \cdot f_s \cdot 10}{11 \cdot \upsilon_{\eta\chi}} = \frac{10}{11} \cdot f_s$$

Έστω υποθετικός παρατηρητής στο τούνελ. Αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας f_τ:

$$f_\tau = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_{\tau\rho}} f_s$$

Ο βράχος λειτουργεί ως δευτερογενής πηγή που εκπέμπει ήχο συχνότητας ίση με αυτή που αντιλαμβάνεται.

Άρα, $f_s' = f_\tau$

Ο ακίνητος παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο από την ανάκλαση στο βράχο, συχνότητας:

$$f_2 = f_s' = f_\tau = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_{\tau\rho}} f_s = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}} f_s = \frac{\upsilon_{\eta\chi} \cdot f_s \cdot 10}{9 \cdot \upsilon_{\eta\chi}} = \frac{10}{9} \cdot f_s$$

Άρα,

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\dfrac{10}{11} f_s}{\dfrac{10}{9} f_s} = \frac{9}{11}$$

B2. Η σωστή απάντηση **είναι το i.**

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Μ είναι:

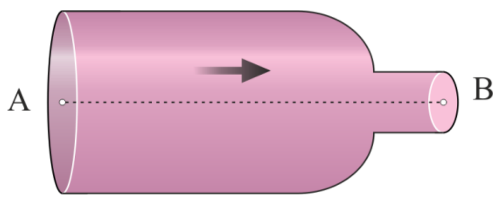
$$A_M = 2A \cdot \left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x_M}{\lambda}\right)\right| = 2A \cdot \left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi \dfrac{9\lambda}{8}}{\lambda}\right)\right| = 2A \cdot \left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{4}\right)\right| \Rightarrow$$

$$A_M = 2A \cdot \left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right)\right| = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\frac{A\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2}$$

Άρα, η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Μ της χορδής είναι:

$$\upsilon_{max,M} = \omega \cdot A_M = \frac{2\pi A\sqrt{2}}{T}$$

B3. Η σωστή απάντηση **είναι το ii.**



Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο Α είναι:

$$\frac{K_A}{\Delta V} = \frac{\dfrac{1}{2} m\upsilon_A^2}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = \Lambda \quad (1)$$

όπου Λ μια θετική σταθερά.

Εφαρμόζουμε την αρχή της συνέχειας για τα σημεία Α και Β:

$$A_A \cdot \upsilon_A = A_B \cdot \upsilon_B \Rightarrow 2A_B \cdot \upsilon_A = A_B \cdot \upsilon_B \Rightarrow \upsilon_B = 2\upsilon_A$$

Άρα, η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο Β είναι:

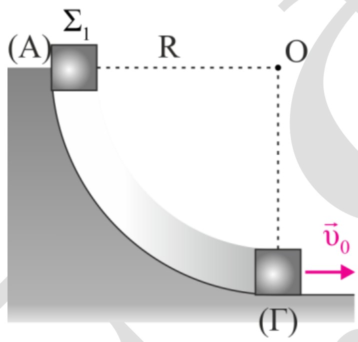
$$\frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 = \frac{1}{2}\rho\left(2\upsilon_A\right)^2 = 4\cdot\frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = 4\Lambda \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής ΑΒ χρησιμοποιώντας τις (1), (2) προκύπτει:

$$p_A + \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 \Rightarrow p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 - \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = 4\Lambda - \Lambda = 3\Lambda$$

ΘΕΜΑ Γ

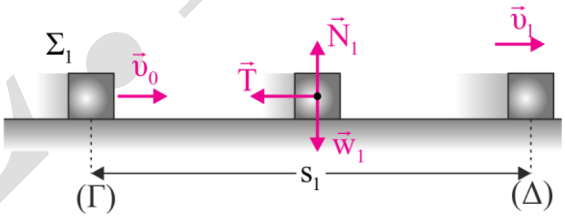
Γ1.



Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας (ΑΔΜΕ) για το Σ_1 από τη θέση Α στη θέση Γ θεωρώντας $U_\Gamma = 0$.

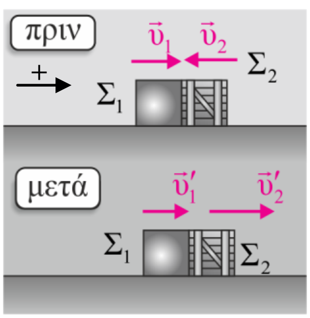
$$K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \Rightarrow 0 + m_1 gR = \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 + 0 \Rightarrow \upsilon_o = \sqrt{2gR} \Rightarrow \upsilon_o = 10m/s$$

Γ2.



Ισχύει $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = w_1 = m_1 g$

$T = \mu N = \mu m_1 g$



Εφαρμόζουμε Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας (ΘΜΚΕ) για το Σ_1 από τη θέση Γ στη θέση Δ για να βρούμε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 ακριβώς πριν την κρούση με το σώμα Σ_2.

$$K_\Delta - K_\Gamma = W_{o\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = -T\cdot s_1 \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = -\mu\cdot m_1\cdot g\cdot s_1$$

$$\text{προκύπτει}\quad \upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2\mu g s_1} = 8m/s$$

Εφαρμόζοντας αρχή διατήρησης ορμής και διατήρηση μηχανικής ενέργειας για την ελαστική κρούση, υπολογίζουμε τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σωμάτων μετά την κρούση:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\cdot\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\cdot\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1' = -\frac{2}{4}\cdot 8 + \frac{6}{4}\cdot(-4) = -10m/s$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\cdot\upsilon_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\cdot\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2' = \frac{2}{4}\cdot 8 + \frac{2}{4}\cdot(-4) = 2m/s$$

Γ3. Η μεταβολή της ορμής για το σώμα Σ_2 (λαμβάνοντας θετική τη φορά προς τα δεξιά) είναι:

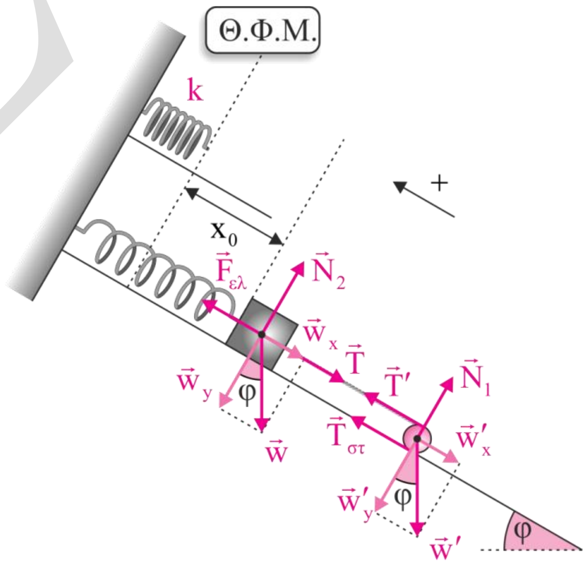
$$\Delta\vec{P_2} = \vec{P}_{2\,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{2\,\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta P_2 = m_2\upsilon_2' - (-m_2\upsilon_2) = 6 + 12 = 18kg\cdot\frac{m}{s}$$

Άρα το μέτρο της μεταβολής είναι $18kg\cdot\frac{m}{s}$ και επειδή $\Delta P_2 > 0$ η φορά είναι προς τα δεξιά.

Γ4. Το ποσοστό μεταβολής κινητικής ενέργειας για το Σ_1 κατά την κρούση δίνεται από την σχέση:

$$\Delta K_1\% = \frac{K_{1,\tau\varepsilon\lambda} - K_{1,\alpha\rho\chi}}{K_{1,\alpha\rho\chi}}\cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\% = \frac{36}{64}\cdot 100\% = 56,25\%$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>



Αρχικά για τα δύο σώματα που ισορροπούν, υπολογίζουμε τις συνιστώσες του βάρους στον άξονα x΄x:

$$w_x = m\cdot g\cdot \eta\mu\varphi = 5N$$

$$w'_x = M \cdot g \cdot ημφ = 10N$$

Δ1. Για το σώμα μάζας m που ισορροπεί ισχύει:

$$ΣF_x = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w_x + T \Rightarrow kx_0 = w_x + T \quad (1)$$

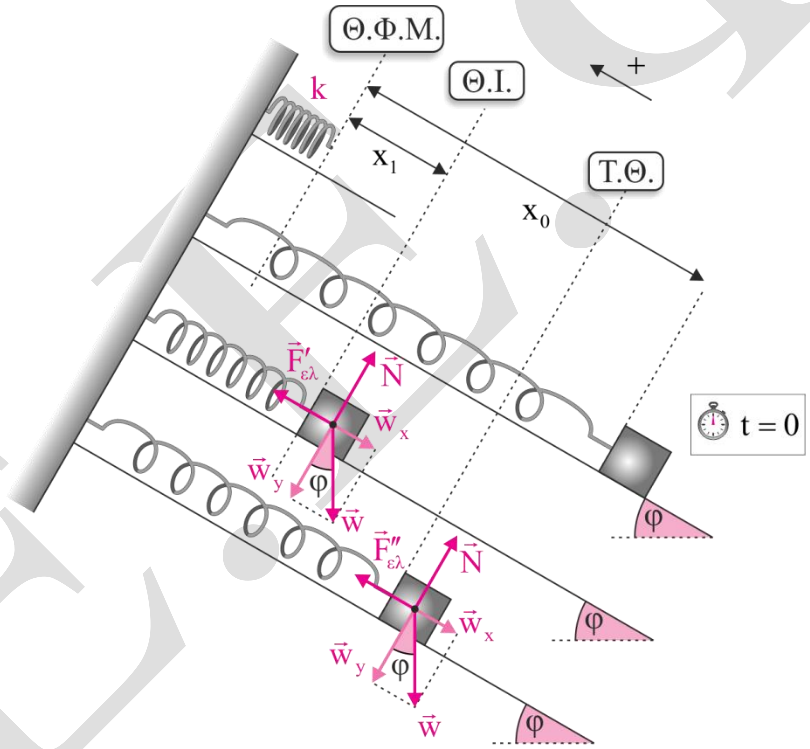
Για τον κύλινδρο λόγω ισορροπίας ισχύει:

$$ΣF_x = 0 \Rightarrow T' + T_{στ} = w'_x \Rightarrow T' + T_{στ} = 10 \quad (2)$$

$$Στ = 0 \Rightarrow T'R - T_{στ}R = 0 \Rightarrow T' = T_{στ} \quad (3)$$

$T' = T$ αφού το νήμα είναι αβαρές.
Από (2), (3) έχουμε ότι: $2T_{στ} = 10 \Rightarrow T_{στ} = 5N = T$
Από την (1) προκύπτει ότι: $100x_0 = 5 + 5 \Rightarrow x_0 = 0{,}1m$

Δ2.



Τη χρονική στιγμή $t = 0$ που κόβουμε το νήμα το σώμα βρίσκεται στην ακραία θέση της ταλάντωσής του.
Αρχικά βρίσκουμε τη νέα θέση ισορροπίας του σώματος

$$ΣF_x = 0 \Rightarrow F'_{ελ} = w_x \Rightarrow kx_1 = w_x \Rightarrow 100x_1 = 5 \Rightarrow x_1 = 0{,}05m$$

Οπότε το πλάτος της ταλάντωσης του είναι $A = x_0 - x_1 = 0{,}05m$.
Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς:

$$D = k = 100\frac{N}{m} \Rightarrow m\omega^2 = D \Rightarrow 1\omega^2 = 100 \Rightarrow \omega = 10rad/s$$

Από τις αρχικές συνθήκες υπολογίζουμε την αρχική φάση:

$$\left.\begin{array}{c} t=0 \\ x=-A \\ \upsilon=0 \end{array}\right\} \Rightarrow -A = A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}\,\text{rad}$$

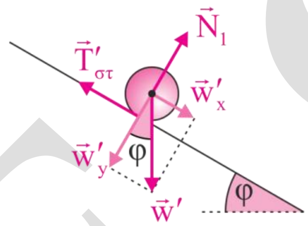
Η εξίσωση απομάκρυνσης είναι $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

Οπότε, η δύναμη επαναφοράς είναι:

$$\Sigma F_{\varepsilon\pi} = -D\cdot x \Rightarrow \Sigma F_{\varepsilon\pi} = -DA\eta\mu\left(\omega t + \varphi_0\right) \Rightarrow \Sigma F_{\varepsilon\pi} = -100\cdot 0,05\cdot \eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Sigma F_{\varepsilon\pi} = -5\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right)\ \text{(S.I.)}$$

Δ3. Ο κύλινδρος από την χρονική στιγμή $t=0$ και μετά κάνει σύνθετη κίνηση.



Ισχύει

$$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \Rightarrow \Delta\theta = N\cdot 2\pi = \frac{12}{\pi}\cdot 2\pi = 24\text{rad}$$

Εφαρμόζουμε τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για την μεταφορική κίνηση του σώματος.

$$\Sigma\vec{F}_x = M\vec{\alpha}_{cm} \Rightarrow w'_x - T_{\sigma\tau} = M\alpha_{cm} \Rightarrow 10 - T_{\sigma\tau} = 2\alpha_{cm} \quad (4)$$

Εφαρμόζουμε τον Θεμελιώδη Νόμο Στροφικής Κίνησης για τη στροφική κίνηση.

$$\Sigma_\tau = I\alpha_\gamma \Rightarrow T_{\sigma\tau}R = \frac{1}{2}MR^2\frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 1\cdot\alpha_{cm} \quad (5)$$

$$(4)+(5) \Rightarrow 10 = 3\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{10}{3}\,\text{m}/\text{s}^2$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει:

$$\alpha_\gamma = \frac{\alpha_{cm}}{R} = \frac{100}{3}\,\text{rad}/\text{s}^2$$

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha_\gamma t^2 \Rightarrow 24 = \frac{1}{2}\cdot\frac{100}{3}t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{12\cdot 12}{100} \Rightarrow t = 1,2\text{s}$$

$$\omega = \alpha_\gamma t = \frac{100}{3}\cdot 1,2 = 40\text{rad}/\text{s}$$

Οπότε η στροφορμή ως προς το κέντρο μάζας του είναι

$$L = I\omega = \frac{1}{2}MR^2\omega = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 0,01\cdot 40 \Rightarrow L = 0,4kg\cdot m^2/s$$

Δ4. Βρίσκουμε τη γωνιακή και τη μεταφορική ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t = 3s$.

$$\omega = \alpha_\gamma \cdot t = \frac{100}{3}\cdot 3 = 100rad/s$$

$$\upsilon_{cm} = \omega R = 10m/s$$

Επομένως ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή $t = 3s$ υπολογίζεται:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dK_{\sigma\tau\rho}}{dt} + \frac{dK_{\mu\varepsilon\tau}}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \Sigma\tau\cdot\omega + \Sigma F_x \cdot \upsilon_{cm} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = I\alpha_\gamma\omega + M\alpha_{cm}\upsilon_{cm} \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = \left(\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 0,1^2\cdot\frac{100}{3}\cdot 100 + 2\cdot\frac{10}{3}\cdot 10\right)\frac{J}{s} \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = \left(\frac{100}{3} + \frac{200}{3}\right)\frac{J}{s} = 100\ J/s$$

Η Επιτροπή Επίλυσης Θεμάτων της ΕΕΦ 23/05/2016

Γιώργος Γκρος	Αθανάσιος Κασίδης
Κωνσταντίνος Βουρλιάς	Παρασκευή Κλειδέρη
Νικόλαος Μίχας	Γιώργος Γραμματικάκης
Μενέλαος Σαμπράκος	Λουκάς Πανάγος
Βασίλης Κωνσταντίνου	Κώστας Χατζής
Δημήτρης Φράγκος	Κανέλλος Αγαμέμνων
Χρήστος Μοιράγιας	Κωνσταντίνος Μπάτσαρης

Ένωση Ελλήνων Φυσικών
Γριβαίων 6, 10680, Αθήνα
http://www.eef.gr
e-mail: eef.athens@gmail.com
Τηλέφωνο: 2103635701 – 2103610690