



2024 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΠΑ.Λ.

Σάββατο 20 Απριλίου 2024 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω $t_1, t_2, \dots, t_n$ οι παρατηρήσεις μίας μεταβλητής X μεγέθους n που έχουν μέση τιμή $\bar{x}$. Αν αφαιρέσουμε τη μέση τιμή $\bar{x}$ από κάθε παρατήρηση, να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι μηδέν.

Μονάδες 7

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη:

1. Η διάμεσος d ενός δείγματος n παρατηρήσεων είναι πάντα μία από αυτές τις παρατηρήσεις.
2. Αν η τετμημένη ενός κινητού που κινείται ευθυγράμμως είναι $x(t)$ τη χρονική στιγμή t , τότε η ταχύτητά του $v(t)$, θα είναι $v(t) = x'(t)$.
3. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται στην απεικόνιση στατιστικής έρευνας μόνο για ποιοτικές μεταβλητές.

Μονάδες 6

A3. Ποια συνάρτηση ονομάζουμε (πρώτη) παράγωγο της f ;

Μονάδες 6

A4. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$, όπου l_1 και l_2 πραγματικοί αριθμοί, να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω σχέσεις:

1. $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \dots$
2. $\lim_{x \rightarrow x_0} kf(x) = \dots$



2024 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

3. $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = \dots$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2}$.

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 3

B2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

Μονάδες 5

B3. Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 6

B4. Να αποδείξετε ότι ο τύπος που δίνει την πρώτη παράγωγο της f είναι:
 $f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{(x - 2)^2}, x \neq 2$.

Μονάδες 5

B5. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης ευθείας της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $A(0, f(0))$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Σε έρευνα που πραγματοποιήθηκε σε μαθητές της Γ' τάξης των Επαγγελματικών Λυκείων σε διάφορους νομούς της Ελλάδας, σχετικά με το πόσες ώρες μελέτης αφιερώνουν συνολικά το μήνα στο πλαίσιο της προετοιμασίας τους για τις Πανελλήνιες εξετάσεις, διαπιστώθηκε ότι το 50% αφιερώνει 120 ώρες μελέτης, ενώ μόνο το 2,5% αφιερώνει το μήνα περισσότερες από 150 ώρες.

Οι ώρες μελέτης μηνιαίως ακολουθούν την κανονική κατανομή.



2024 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

Γ1. Να αποδείξετε ότι η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 120$ ώρες και η τυπική απόκλιση είναι $s = 15$ ώρες.

Μονάδες 6

Γ2. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 5

Γ3. Αν οι μαθητές που διαβάζουν το μήνα λιγότερο από 90 ώρες είναι 50, να βρείτε:

1. Πόσοι συνολικά μαθητές έλαβαν μέρος στην έρευνα.

Μονάδες 4

2. Πόσοι μαθητές αφιερώνουν μηνιαίως από 135 έως 150 ώρες μελέτης.

Μονάδες 4

Γ4. Να βρεθεί ο ελάχιστος αριθμός των ωρών που θα πρέπει να προσθέσουν οι μαθητές στην ημερήσια μελέτη τους ώστε το δείγμα να γίνει ομοιογενές.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Ένα υλικό σώμα βάλλεται από το έδαφος κατακόρυφα με φορά προς τα πάνω και η θέση του σε μέτρα (m) κάθε χρονική στιγμή δίνεται από τη σχέση:

$$h(t) = -2t^2 + 12t \text{ (σε s)}, \text{ με } t \geq 0.$$

Δ1. Να βρείτε την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 2\text{s}$.

Μονάδες 4

Δ2. Να βρεθεί το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το σώμα.

Μονάδες 5

Δ3. Να υπολογίσετε το συνολικό διάστημα που θα διανύσει το σώμα σε χρόνο τεσσάρων δευτερολέπτων.

Μονάδες 6



2024 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

Αν ακριβώς την ίδια χρονική στιγμή με το πρώτο, ένα δεύτερο υλικό σώμα βληθεί επίσης κατακόρυφα με φορά προς τα πάνω με συνάρτηση θέσης:

$$s(t) = -3t^2 + 18t$$

- Δ4. Να βρείτε ποιο από τα δύο σώματα θα φτάσει σε μεγαλύτερο ύψος.

Μονάδες 5

- Δ5. Να αποδείξετε ότι τα δύο υλικά σώματα θα επιστρέψουν στο έδαφος ταυτόχρονα.

Μονάδες 5