



2024 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΠΑ.Λ.

Σάββατο 20 Απριλίου 2024 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελ. 93

A2. 1. Λ 2. Σ 3. Λ

A3. Σχολικό βιβλίο σελ. 27

A4. 1. h_2 2. k_1 3. $\sqrt[3]{I_1}$

ΘΕΜΑ Β

B1. Για να ορίζεται η συνάρτηση f θα πρέπει: $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$

Επομένως το πεδίο ορισμού της:

$$A_f = \mathbb{R} - \{2\}$$

B2. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-4)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x-4) = -2.$

B3. Για να έχει κοινά σημεία με τον άξονα $x'x$ θα πρέπει:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (απορρίπτεται)} \text{ ή } x = 4.$$

άρα στον οριζόντιο άξονα έχουμε το σημείο $B(4,0)$.

Για το κοινό σημείο με άξονα $y'y$ υπολογίζουμε το: $f(0) = \frac{8}{-2} = -4$

Δηλαδή το κοινό σημείο με $y'y$ είναι: $\Gamma(0, -4)$



B4. $f'(x) = \left(\frac{x^2-6x+8}{x-2}\right)' = \frac{(x^2-6x+8)' \cdot (x-2) - (x^2-6x+8)(x-2)'}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x+4}{(x-2)^2}, x \neq 2.$

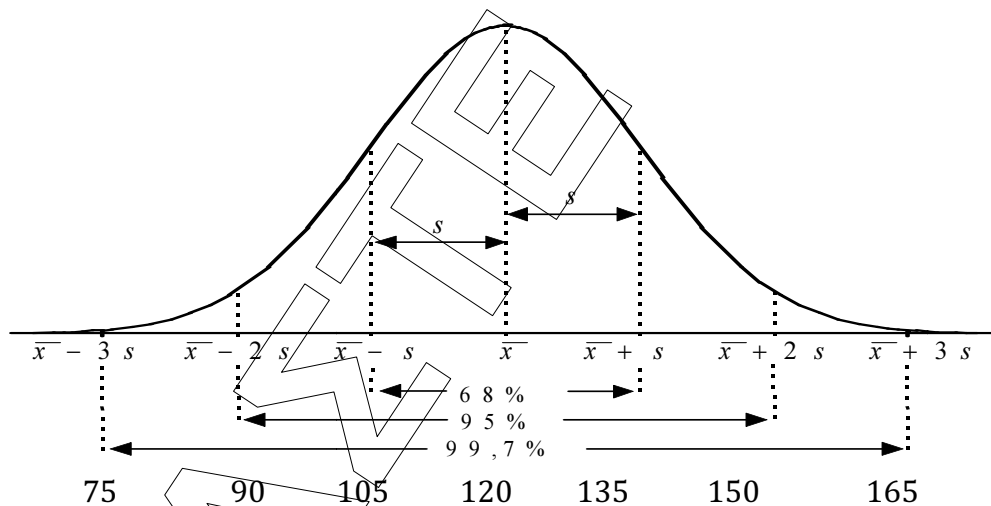
B5. $f'(0) = 1$. Η μορφή της εξίσωσης της εφαπτόμενης ευθείας είναι:

(ε): $y = 1x + \beta$ άρα: $f(0) = 1 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = -4$

Επομένως η εξίσωση εφαπτομένης στο ζητούμενο σημείο επαφής είναι:

(ε): $y = x - 4$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Το 50% αντιστοιχεί στη μέση τιμή άρα $\bar{x} = 120$ και το 2,5% στο $\bar{x} + 2s$, άρα $\bar{x} + 2s = 150$ οπότε $s = 15$.

Γ2. $CV = \frac{15}{120} = 12,5\%$, άρα δεν είναι ομοιογενές.

Γ3. 1. Λιγότερο από 90 ώρες αντιστοιχεί στο 2,5%, άρα συνολικά είναι 2000 μαθητές.

2. Από 135 έως 150 ώρες αφιερώνει το 13,5% του συνόλου, άρα 270 μαθητές.



Γ4. Έστω c οι ώρες που θα προστεθούν κάθε μήνα.

Η νέα μέση τιμή θα είναι: $\bar{x}' = \bar{x} + c = 120 + c$, ενώ η τυπική απόκλιση θα παραμείνει ίδια ($s' = s = 15$).

$$\text{Θα πρέπει } CV \leq \frac{10}{100} \Leftrightarrow \frac{15}{120+c} \leq \frac{10}{100} \Leftrightarrow 1200 + 10c \geq 1500 \Leftrightarrow c \geq 30.$$

Άρα θα προστεθούν 30 ώρες μηνιαίως, δηλαδή 1 ώρα ημερησίως.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η ταχύτητα θα είναι $v(t) = -4t + 12$, άρα $v(2) = 4\text{m/s}$ και η επιτάχυνση του $a(t) = -4$, άρα και $a(2) = -4$.

Δ2. $v(t) = -4t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 3\text{s}$ και από τον πίνακα έχω:

t	0	3	$+\infty$
$h'(t) = v(t)$	+	0	-
$h(t)$			

Άρα μέγιστο ύψος το $h(3) = 18\text{m}$.

Δ3. Το συνολικό διάστημα θα είναι $h_{\text{ολ}} = |h(4) - h(3)| + |h(3) - h(0)| = 20\text{m}$.

Δ4. $s'(t) = -6t + 18, t \geq 0$. $s'(t) = 0$ για $t = 3\text{s}$. Από πίνακα:

t	0	3	$+\infty$
$s'(t)$	+	0	-
$s(t)$			

Οπότε το μέγιστο ύψος του δεύτερου σώματος είναι $s(3) = 27\text{m} > h(3)$.

Δ5. Για $t > 0$ (αφού $t = 0$ είναι η αρχική χρονική στιγμή) τα σώματα θα επιστρέψουν στο έδαφος όταν $h(t) = 0$ και $s(t) = 0$ αντίστοιχα.

Από την πρώτη εξίσωση έχω $-2t(t - 6) = 0 \Leftrightarrow t = 6\text{s}$, ενώ από τη δεύτερη έχω $-3t(t - 6) = 0 \Leftrightarrow t = 6\text{s}$ επίσης. Άρα επιστρέφουν την ίδια χρονική στιγμή $t = 6\text{s}$.