



2024 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΑΛΓΕΒΡΑ

Α' Γενικού Λυκείου

Σάββατο 27 Απριλίου 2024 | Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ λέγονται διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου;

Μονάδες 7

A2. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$ να δείξετε ότι

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{a}$$

Μονάδες 8

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i. Τα σημεία $A(x, y)$ και $B(-x, y)$ είναι για κάθε τιμή των x, y συμμετρικά ως προς τον άξονα $x'x$.

ii. Η εξίσωση $x^n = a$ με $a < 0$ και n περιττό, έχει ακριβώς μία λύση την $-\sqrt[n]{|a|}$.

iii. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $|\alpha| + |\beta| = |\alpha + \beta|$.

iv. Η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ έχει πραγματικές ρίζες αν και μόνο αν $\beta^2 - 4\alpha\gamma \geq 0$.

v. Για κάθε γεωμετρική πρόοδο (α_n) με λόγο $\lambda = 1$, το άθροισμα των n πρώτων όρων της δίνεται από τον τύπο $S_n = n \cdot \alpha_1$.

Μονάδες 10



2024 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΘΕΜΑ Β

Σε ένα γυμναστήριο με 10 σειρές καθισμάτων, η πρώτη σειρά έχει 120 καθίσματα και κάθε σειρά έχει 20 καθίσματα περισσότερα από την προηγούμενη της.

B1. Να εκφράσετε σε μια αριθμητική πρόοδο το πλήθος των καθισμάτων της n -οστής σειράς.

Μονάδες 9

B2. Πόσα καθίσματα έχει η τελευταία σειρά;

Μονάδες 8

B3. Πόσα καθίσματα έχει το γυμναστήριο;

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $(x - 2)^2 = \lambda(4x - 3)$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να γράψετε την εξίσωση στη μορφή $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$.

Μονάδες 5

Γ2. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

Μονάδες 10

Γ3. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, στην περίπτωση που έχει ρίζες πραγματικές και άνισες,

i. να υπολογίσετε τα $S = x_1 + x_2$ και $P = x_1 x_2$.

ii. Να αποδείξετε ότι η παράσταση $A = (4x_1 - 3)(4x_2 - 3)$ είναι ανεξάρτητη του λ , δηλαδή σταθερή.

Μονάδες 10



2024 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{(x-2)(x^2-5x+4)}{x-1}$.

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της A .

Μονάδες 5

Δ2. Να δείξετε ότι $f(x) = x^2 - 6x + 8$, $x \in A$.

Μονάδες 7

Δ3. Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης f δεν είναι πάνω από την ευθεία $y = 3$.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης g με $g(x) = x^4 - 6x - 4$ τέμνει τη γραφική παράσταση της f .

Μονάδες 7