



2024 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΑΛΓΕΒΡΑ

Α' Γενικού Λυκείου

Σάββατο 27 Απριλίου 2024 | Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελ.133

$$A2. \quad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha} \cdot \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{(-\beta)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4\alpha^2} = \frac{\beta^2 - (\beta^2 - 4\alpha\gamma)}{4\alpha^2} = \frac{4\alpha\gamma}{4\alpha^2} = \frac{\gamma}{\alpha}$$

A3. i. Λ

ii. Σ

iii. Λ

iv. Σ

v. Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Αν θεωρήσω μια ακολουθία (a_n) , όπου a_1 η πρώτη σειρά καθισμάτων, a_2 η δεύτερη σειρά καθισμάτων, κάθε όρος προκύπτει από τον προηγούμενο με πρόσθεση του αριθμού 20. Άρα είναι αριθμητική πρόοδος με διαφορά $\omega = 20$ και $a_1 = 120$. Το πλήθος των καθισμάτων της n -οστής σειράς είναι:

$$a_n = a_1 + (n - 1)\omega = 120 + (n - 1) \cdot 20 = 120 + 20n - 20 = 100 + 20n$$

$$B2. \quad a_{10} = 100 + 20 \cdot 10 = 100 + 200 = 300$$

$$B3. \quad S_{10} = \frac{10}{2}(2a_1 + 9\omega) = 5(2 \cdot 120 + 9 \cdot 20) = 5(240 + 180) = 5 \cdot 420 = 2100$$



ΘΕΜΑ Γ

- Γ1. $(x-2)^2 = \lambda(4x-3) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 4\lambda x - 3\lambda \Leftrightarrow x^2 - 4x - 4\lambda x + 4 + 3\lambda = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4(1+\lambda)x + 4 + 3\lambda = 0$
- Γ2. Πρέπει: $\Delta > 0 \Leftrightarrow [-4(1+\lambda)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot (4 + 3\lambda) > 0 \Leftrightarrow 16(1 + 2\lambda + \lambda^2) - 16 - 12\lambda > 0 \Leftrightarrow 16 + 32\lambda + 16\lambda^2 - 16 - 12\lambda > 0 \Leftrightarrow 16\lambda^2 + 20\lambda > 0 \Leftrightarrow 4\lambda(4\lambda + 5) > 0$
Άρα $\lambda < -\frac{5}{4}$ ή $\lambda > 0$
- Γ3. i. $S = x_1 + x_2 = 4(1 + \lambda)$, $P = x_1 x_2 = 4 + 3\lambda$
ii. $A = (4x_1 - 3)(4x_2 - 3) = 16x_1 x_2 - 12x_1 - 12x_2 + 9 = 16x_1 x_2 - 12(x_1 + x_2) + 9 = 16(4 + 3\lambda) - 12 \cdot 4 \cdot (1 + \lambda) + 9 = 64 + 48\lambda - 48 - 48\lambda + 9 = 25$

ΘΕΜΑ Δ

- Δ1. Για να ορίζεται η f πρέπει $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$, άρα $A = \mathbb{R} - \{1\}$
- Δ2. $f(x) = \frac{(x-2)(x^2-x-4x+4)}{x-1} = \frac{(x-2)(x(x-1)-4(x-1))}{x-1} = \frac{(x-2)(x-1)(x-4)}{x-1} \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 4x - 2x + 8 = x^2 - 6x + 8, x \in A$
- Δ3. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f δεν είναι πάνω από την ευθεία $y = 3$ όταν $f(x) \leq 3 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 \leq 3 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 \leq 0$
Το τριώνυμο $x^2 - 6x + 5$ έχει διακρίνουσα $\Delta = 1$ και ρίζες $x = 1, x = 5$
Το πρόσημο του τριωνύμου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
$x^2 - 6x + 5$	+	-	-	+

Επομένως $x^2 - 6x + 5 \leq 0 \Leftrightarrow 1 < x \leq 5$ διότι $x \neq 1$



- Δ4. Οι τετμημένες των σημείων τομής είναι οι ρίζες της εξίσωσης $f(x) = g(x)$.
Είναι $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = x^4 - 6x - 4 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 12 = 0$ (1)
Θέτουμε $x^2 = \omega \geq 0$ και η (1) γίνεται $\omega^2 - \omega - 12 = 0$
Η τελευταία είναι 2^{ου} βαθμού με $\Delta = 49$ και ρίζες $\omega = 4$ δεκτή ή $\omega = -3$
απορρίπτεται
Άρα $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$
Για $x = 2$ είναι
$$f(2) = 2^2 - 6 \cdot 2 + 8 = 0 \text{ και για } x = -2$$
$$\text{είναι } f(-2) = (-2)^2 - 6 \cdot (-2) + 8 = 24,$$

οπότε κοινά σημεία είναι τα $(2, 0)$ και $(-2, 24)$.