



## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

### ΕΠΑ.Λ.

Μ. Δευτέρα 10 Απριλίου 2023 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

## ΘΕΜΑΤΑ

### ΘΕΜΑ Α

A1. Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$ , να αποδείξετε ότι

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

(Μονάδες 7)

A2. Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_k$  οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , όπου  $k, n$  μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ .

α. Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα  $n_i$  που αντιστοιχεί στη τιμή  $x_i, i = 1, 2, \dots, k$ ;

(Μονάδες 3)

β. Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i, i = 1, 2, \dots, k$ ;

(Μονάδες 3)

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν  $f$  και  $g$  είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε για την παράγωγο της σύνθετης συνάρτησης  $f(g(x))$  ισχύει  $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ .

β. Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή στο διάστημα  $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$  βρίσκεται το 95% περίπου των παρατηρήσεων, όπου  $\bar{x}$  η μέση τιμή και  $s$  η τυπική απόκλιση.

γ. Στο ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων ομαδοποιημένων δεδομένων, το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος  $n$ .

(Μονάδες 6)



2023 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

A4. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

α. Αν  $x_1, x_2, \dots, x_n$  είναι οι τιμές μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$  και  $w_1, w_2, \dots, w_n$  είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), τότε ο σταθμικός μέσος βρίσκεται από τον τύπο:

$$\bar{x} = \dots$$

β. Αν υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  και είναι ίσο με  $l \in \mathbb{R}$ , τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^n = \dots$$

(Μονάδες 6)

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = \frac{x^2+a}{x-3}$

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 3)

B2. Αν το σημείο  $A(4, 7)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της  $f$  να βρείτε την τιμή του  $a$ .

(Μονάδες 5)

B3. Για  $a = -9$ , να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τους άξονες.

(Μονάδες 6)

B4. Για  $a = -9$ , να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ .

(Μονάδες 5)

B5. Για  $a = -9$ , να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $A(4, 7)$ .

(Μονάδες 6)



**ΘΕΜΑ Γ**

Μια αλυσίδα καταστημάτων με είδη ένδυσης διαθέτει 20 υποκαταστήματα σε όλη την Ελλάδα. Στον παρακάτω πίνακα απεικονίζεται ο αριθμός των υπαλλήλων που εργάζεται σε κάθε υποκατάστημα:

ΥΠΑΛΛΗΛΟΙ $x_i$	ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ $v_i$	$N_i$	$f_i\%$
25	2		
30	6		
35	10		
40	2		
ΣΥΝΟΛΟ			

- Γ1.** Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα. **(Μονάδες 6)**
- Γ2.** Να υπολογίσετε:
- α.** Πόσα υποκαταστήματα έχουν το πολύ 30 υπαλλήλους. **(Μονάδες 3)**
- β.** Τι ποσοστό των υποκαταστημάτων έχει τουλάχιστον 30 υπαλλήλους. **(Μονάδες 3)**
- Γ3.** Να δείξετε ότι ο μέσος αριθμός των υπαλλήλων που εργάζονται συνολικά στην αλυσίδα είναι 33 υπάλληλοι. **(Μονάδες 5)**
- Γ4.** Να αποδείξετε ότι η τυπική απόκλιση είναι ίση με 4. **(Μονάδες 5)**
- Γ5.** Να βρείτε τον ελάχιστο αριθμό των υπαλλήλων που θα πρέπει να προσληφθούν σε κάθε υποκατάστημα ώστε το δείγμα να είναι ομοιογενές. **(Μονάδες 3)**



**ΘΕΜΑ Δ**

Μια επιχείρηση κατασκευάζει ημερησίως ηλεκτρικές συσκευές επαγγελματικής χρήσεως με έσοδα  $E = 2x + 400$  ευρώ για την πώληση μιας συσκευής.

Το κόστος για την κατασκευή  $x$  συσκευών είναι  $K(x) = 3x^2 + 200x + 150$  ευρώ,

$$0 \leq x \leq 200.$$

**Δ1.** Να υπολογίσετε:

**α.** Το αρχικό κόστος της επιχείρησης πριν την πώληση κάποιας συσκευής.

**(Μονάδες 3)**

**β.** Το συνολικό κόστος για την πώληση 5 συσκευών.

**(Μονάδες 3)**

**Δ2.** Να δείξετε ότι ο τύπος της συνάρτησης που δίνει το κέρδος της επιχείρησης για την κατασκευή-πώληση  $x$  συσκευών δίνεται από τον τύπο:

$$P(x) = -x^2 + 200x - 150, 0 \leq x \leq 200.$$

**(Μονάδες 6)**

**Δ3.** Να βρείτε:

**α.** Πόσες συσκευές θα πρέπει να κατασκευάσει η επιχείρηση ώστε να έχει το μέγιστο κέρδος από την πώληση του;

**(Μονάδες 6)**

**β.** Ποιο θα είναι το μέγιστο κέρδος της επιχείρησης;

**(Μονάδες 3)**

**Δ4.** Είναι για την επιχείρηση πιο συμφέρουσα η κατασκευή-πώληση 120 ή 150 συσκευών;

**(Μονάδες 4)**