



2023 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΠΑ.Λ.

Μ. Δευτέρα 10 Απριλίου 2023 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Α

- A1. Σελίδα 31 σχολικό βιβλίο
- A2. α. Σελίδα 65 σχολικό βιβλίο  
β. Σελίδα 65 σχολικό βιβλίο
- A3. α. Σωστό, Σελίδα 33 σχολικό βιβλίο  
β. Λάθος, Σελίδα 95 σχολικό βιβλίο  
γ. Λάθος, Σελίδα 74 σχολικό βιβλίο
- A4. α.  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$ , Σελίδα 87 Σχολικό βιβλίο  
β.  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^v = l^v$ , Σελίδα 16 σχολικό βιβλίο

### ΘΕΜΑ Β

B1.  $A_f = \mathbb{R} - \{3\}$

B2.  $f(4) = 7 \Leftrightarrow \frac{4^2+a}{4-3} = 7 \Leftrightarrow a = -9$

B3. Σημεία τομής της  $f$  με τον άξονα  $x'x$ :  $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-9}{x-3} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9 = 0$ , άρα  
 $x = -3$ , δεκτή ή  $x = 3$ , η οποία απορρίπτεται, διότι  $-3 \notin A_f$



Συνεπώς, σημείο τομής της  $f$  με τον άξονα  $x'x$  είναι το  $B(-3,0)$

Σημεία τομής της  $f$  με τον άξονα  $y'y$ :  $0 \in A_f, f(0) = 3$

Σημείο τομής της  $f$  με τον άξονα  $y'y$  είναι το  $\Gamma(0,3)$

**B4.**  $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 3) = 6$$

**B5.**  $f'(x) = 1, A_{f'} = \mathbb{R} - \{3\}$

Εξίσωση εφαπτομένης  $\varepsilon$ :  $y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow 7 = 1 \cdot 4 + \beta \Leftrightarrow \beta = 3$

Άρα,  $\varepsilon$ :  $y = x + 3$

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.**

ΥΠΑΛΛΗΛΟΙ $x_i$	ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ $v_i$	$N_i$	$f_i\%$
25	2	2	10
30	6	8	30
35	10	18	50
40	2	20	10
ΣΥΝΟΛΟ	20		100

**Γ2.** α.  $N_2 = 8$

β.  $f_2\% + f_3\% + f_4\% = 90\%$

**Γ3.**  $\bar{x} = \frac{25 \cdot 2 + 30 \cdot 6 + 35 \cdot 10 + 40 \cdot 2}{20} = \frac{660}{20} = 33$



Γ4. Η διακύμανση είναι:

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{(25-33)^2 \cdot 2 + (30-33)^2 \cdot 6 + (35-33)^2 \cdot 10 + (40-33)^2 \cdot 2}{20} = \\ &= \frac{8^2 \cdot 2 + 3^2 \cdot 6 + 2^2 \cdot 10 + 7^2 \cdot 2}{20} = \\ &= \frac{64 \cdot 2 + 9 \cdot 6 + 4 \cdot 10 + 49 \cdot 2}{20} = 16, \text{ οπότε } s = \sqrt{s^2} = 4. \end{aligned}$$

Γ5. Έστω  $c$  ο αριθμός των υπαλλήλων που θα προσληφθούν.

Η νέα μέση τιμή θα είναι:  $\bar{x}' = \bar{x} + c = 33 + c$ , ενώ η τυπική απόκλιση θα παραμείνει ίδια ( $s' = s = 4$ ).

$$\text{Θα πρέπει } CV' \leq \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{4}{33+c} \leq \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow 33 + c \geq 40 \Leftrightarrow c \geq 7$$

Άρα ο ελάχιστος αριθμός υπαλλήλων που θα πρέπει να προσληφθούν είναι 7.

## ΘΕΜΑ Δ

Δ1. α)  $K(0) = 150$  ευρώ

β)  $K(5) = 3 \cdot 5^2 + 200 \cdot 5 + 150 = 1225$  ευρώ

Δ2. Για την πώληση  $x$  συσκευών το κέρδος είναι  $P(x) = E(x) - K(x)$

$$\Leftrightarrow P(x) = x(2x + 400) - (3x^2 + 200x + 150)$$

$$\Leftrightarrow P(x) = 2x^2 + 400x - 3x^2 - 200x - 150$$

$$\Leftrightarrow P(x) = -x^2 + 200x - 150, x \in [0, 200]$$

Δ3.  $P'(x) = -2x + 200, x \in [0, 200]$

α)  $P'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 200 = 0$

$$\Leftrightarrow x = 100$$

$x$	0	100	200
$P'(x)$		+	-
$P(x)$		↗	↘

Άρα μέγιστο κέρδος έχει όταν ο αριθμός των συσκευών είναι 100.



2023 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

---

β) Το μέγιστο κέρδος θα είναι  $P(100) = -100^2 + 200 \cdot 100 - 150 = 9850$  ευρώ

- Δ4. Η συνάρτηση του κέρδους είναι γνησίως φθίνουσα στο  $[100, 200]$   
άρα για  $120 < 150$  θα έχω  $P(120) > P(150)$ .  
Οπότε συμφέρει περισσότερο η κατασκευή-πώληση 120 συσκευών.