



2023 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
Β' Γενικού Λυκείου
Θετικών Σπουδών

Πέμπτη 20 Απριλίου 2023 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση του κύκλου με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα ρ , έχει εξίσωση $C: x^2 + y^2 = \rho^2$.

Μονάδες 10

A2. Ποια είναι η εξίσωση του κύκλου με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ ;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ).

i) Η ευθεία με εξίσωση $2x - 3y + 1 = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{d} = (2, -3)$.

ii) Η απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ είναι:
 $(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

iii) Η παραβολή με άξονα συμμετρίας τον yy' έχει εξίσωση $x = \frac{1}{2\rho} \cdot y^2$, $\rho \neq 0$.

iv) Η απόσταση του σημείου $M(x_0, y_0)$ από την ευθεία $\varepsilon: Ax + By + \Gamma = 0$ με

$A \neq 0$ ή $B \neq 0$ δίνεται από τον τύπο: $d(M, \varepsilon) = \frac{|Ax^2 + By^2 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

v) Η αρχή των αξόνων $O(0, 0)$ ανήκει στον κύκλο $C: x^2 + y^2 = 1$.

Μονάδες 15



2023 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$ (1)

B1. Να δείξετε ότι παριστάνει κύκλο, του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του.

Μονάδες 6

B2. Το σημείο A (2, 4) είναι εσωτερικό, εξωτερικό ή εφάπτεται στον κύκλο; Αποδείξτε τον ισχυρισμό σας αλγεβρικά.

Μονάδες 5

B3. Να βρείτε το συμμετρικό σημείο K' του κέντρου K του κύκλου ως προς την ευθεία $\varepsilon: y = 2x$.

Μονάδες 7

B4. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου KOA .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $x(x-2) + y(y-4\lambda) = 0$ (1)

Γ1. Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. Βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του.

Μονάδες 3+3

Γ2. Να βρείτε που ανήκουν τα κέντρα των παραπάνω κύκλων

Μονάδες 3

Γ3. α) Αν ο κύκλος εφάπτεται στην ευθεία $\varepsilon: y = x$, βρείτε το λ .

Μονάδες 6

β) Βρείτε τα σημεία A και B εκτός της αρχής των αξόνων όπου ο κύκλος τέμνει του άξονες xx' και yy' αντίστοιχα.

Μονάδες 6



2023 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

γ) Είναι τα σημεία A και B αντιδιαμετρικά του κύκλου;

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. α) Δίνεται η παραβολή με εξίσωση $c: y^2 = x$. Βρείτε την εστία και την διευθετούσα της.

Μονάδες 3

β) Βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων ϵ_1 και ϵ_2 της παραβολής που περνούν από το σημείο M (-1, 0) και εφάπτονται σε αυτήν στα σημεία A και B αντίστοιχα.

Μονάδες 6

Δ2. α) Κύκλος με κέντρο την αρχή των αξόνων εφάπτεται στη διευθετούσα της παραβολής. Να βρείτε την εξίσωσή του.

Μονάδες 4

β) Να βρείτε τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη απόσταση του σημείου M από τον κύκλο.

Μονάδες 4

γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο MAB είναι ισοσκελές.

Μονάδες 3

Δ3. Να κάνετε μια γραφική παράσταση του θέματος.

Μονάδες 5