



2023 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΑΛΓΕΒΡΑ

Β' Γενικού Λυκείου

Γενικής Παιδείας

Μ. Δευτέρα 10 Απριλίου 2023 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

- A1. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-\rho$ είναι ίσο με τη τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$, είναι δηλαδή $v = P(\rho)$.
(Μονάδες 5)
- A2. Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της λέγεται γνησίως φθίνουσα στο Δ ;
(Μονάδες 5)
- A3. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) ελάχιστο;
(Μονάδες 5)
- A4. Σε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις, να γράψετε στη κόλλα σας τον αριθμό που αντιστοιχεί και δίπλα το γράμμα (Σ) αν θεωρείται τη πρόταση σωστή, ή το γράμμα (Λ) αν θεωρείτε ότι η πρόταση είναι λανθασμένη.
- i. Η ευθεία $y = 5$ είναι κάθετη ευθεία στον άξονα $y'y$.
 - ii. Μια άρτια συνάρτηση μπορεί να είναι γνησίως μονότονη.
 - iii. Όταν ορίζονται οι $\epsilon\phi\omega$ και $\sigma\phi\omega$, τότε αυτοί είναι αντίστροφοι αριθμοί.
 - iv. Αν δύο πολυώνυμα είναι ίδιου βαθμού τότε είναι ίσα.
 - v. Η συνάρτηση $f(x) = \epsilon\phi x$ είναι γνησίως αύξουσα στο $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.
- (Μονάδες 10)



2023 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + x + 2$.

B1. Να αποδείξετε ότι το $P(x)$ έχει παράγοντα το $(x + 1)$.

(Μονάδες 7)

B2. Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (x + 1)$.

(Μονάδες 10)

B3. Αν $P(x) = (x + 1) \cdot (x^2 - x + 2)$, να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2 + ax + a + 3} - 2$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(4, 1)$

Γ1. Να αποδείξετε ότι $a \neq -2$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

(Μονάδες 7)

Γ2. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της f .

(Μονάδες 6)

Γ3. Να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας της f .

(Μονάδες 6)

Γ4. Να βρείτε τα ακρότατα της f καθώς και τις θέσεις τους.

(Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) - 2\eta\mu(\pi + 2x)$, $a > 0$.

Δ1. Να δείξετε ότι $f(x) = (a + 2)\eta\mu 2x$.

(Μονάδες 5)

Δ2. i. Αν η μέγιστη τιμή της f είναι 4, να δείξετε ότι $a = 2$.

ii. Να βρείτε την περίοδο της f .

(Μονάδες 5+5)

Δ3. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f σε διάστημα μιας περιόδου.

(Μονάδες 5)

Δ4. Αν $g(x) = 5 - \sigma\upsilon\nu^2 2x$, να βρείτε, αν υπάρχουν, τα κοινά σημεία της C_f με την C_g , όπου C_f, C_g οι γραφικές παραστάσεις των f, g αντίστοιχα.

(Μονάδες 5)



2023 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΘΕΜΑ Δ (εναλλακτικό)

Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση $P(x) = e^{\ln e} x^3 + 4x^2 \ln \sqrt{e} + 2$.

Δ1. Να δείξετε ότι $P(x) = ex^3 + 2x^2 + 2$.

(Μονάδες 5)

Δ2. Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ με την ευθεία $\epsilon: y = ex + 4$.

(Μονάδες 8)

Δ3. Να βρείτε τα διαστήματα του x που η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ είναι πάνω από την ευθεία $\epsilon: y = ex + 4$.

(Μονάδες 8)

Δ4. Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης: $P(e) - e^2 - 4$.

(Μονάδες 4)