



2023 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

## ΑΛΓΕΒΡΑ

### Α' Γενικού Λυκείου

Μ. Δευτέρα 10 Απριλίου 2023 | Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

## ΘΕΜΑΤΑ

### ΘΕΜΑ Α

A1. Να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός μη αρνητικού πραγματικού αριθμού.

(Μονάδες 5)

A2. Να αποδείξετε ότι, για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$ , ισχύει ότι:

$$|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$$

(Μονάδες 10)

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

i. Για κάθε αριθμό  $\alpha \in \mathbb{R}$  ισχύει:  $|\alpha| \geq \alpha$ .

ii. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς:

$$\alpha, \beta \geq 0 \text{ ισχύει ότι: } \sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}.$$

iii. Η εξίσωση  $x^3 = -8$  είναι αδύνατη στους πραγματικούς αριθμούς.

iv. Η εξίσωση  $ax = a$ , έχει μοναδική λύση της  $x = 1$  για κάθε αριθμό  $a \in \mathbb{R}$ .

v. Αν  $\rho > 0$ , τότε ισχύει η ισοδυναμία:  $|x| < \rho \Leftrightarrow -\rho < x < \rho$ .

(Μονάδες 10)



2023 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

## ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί  $\alpha, \beta$ , για τους οποίους ισχύει:

$$2 \leq \alpha \leq 3 \text{ και } -2 \leq \beta \leq -1.$$

- B1. Να δείξετε ότι:  $|\alpha - 3| = 3 - \alpha$  και  $|\beta + 2| = \beta + 2$  (Μονάδες 8)
- B2. Να δείξετε ότι:  $0 \leq \alpha + \beta \leq 2$ . (Μονάδες 8)
- B3. Να δείξετε ότι η τιμή της παράστασης  $|\alpha + \beta| + |\alpha - 3| - |\beta + 2|$  είναι ίση με 1. (Μονάδες 9)

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - 2\lambda - 3 = 0$ .

- Γ1. Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες. (Μονάδες 7)
- Γ2. Έστω  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης. Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες  $|x_1 + x_2 - 3| < 1$ . (Μονάδες 7)
- Γ3. Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες οι ρίζες της εξίσωσης είναι θετικές. (Μονάδες 6)
- Γ4. Αν  $\lambda < -2$  να λύσετε την ανίσωση  $|x^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - 2\lambda - 3| + 2\lambda + 3 \leq 0$ . (Μονάδες 5)



2023 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση:  $(\lambda^2 - \lambda) \cdot x^2 - (\lambda^2 - 1) \cdot x + \lambda - 1 = 0$ , (1) με παράμετρο  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

Δ1. Να βρεθούν οι τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  για τις οποίες η (1) είναι εξίσωση 2ου βαθμού.

(Μονάδες 6)

Για  $\lambda \neq 0$  και  $\lambda \neq 1$ :

Δ2. Να αποδείξετε ότι η (1) παίρνει τη μορφή:  $\lambda x^2 - (\lambda + 1)x + 1 = 0$ .

(Μονάδες 6)

Δ3. Να αποδείξετε ότι η (1) έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες.

(Μονάδες 7)

Δ4. Να προσδιορίσετε τις ρίζες της εξίσωσης (1).

(Μονάδες 6)