

ΤΑΞΗ: 3<sup>η</sup> ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Τετάρτη 27 Απριλίου 2022

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

Α1. Τι ονομάζεται καμπύλη συχνότητας;

Μονάδες 5

Α2. Να αποδείξετε ότι:  $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$ , όπου  $c$  πραγματικός αριθμός.

Μονάδες 6

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α) Αν η τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας είναι κάτω από 10%, τότε το δείγμα είναι ομοιογενές.
- β) Η παράγωγος  $f'(x_0)$  μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης  $f$  σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της, είναι πραγματικός αριθμός.
- γ) Κάθε πολυωνυμική συνάρτηση είναι συνεχής.
- δ) Διάμεσος ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων, οι οποίες έχουν διαταχθεί κατά αύξουσα σειρά, ορίζεται ως η ημιδιαφορά των 2 μεσαίων παρατηρήσεων όταν το  $n$  είναι άρτιος.
- ε) Ισχύει ότι:  $(f(x) \cdot g(x))' = f(x) \cdot g'(x) + f'(x) \cdot g(x)$ .

Μονάδες 5

- A4. (I)** Να αντιστοιχίσετε τα μέτρα θέσης – διασποράς της A στήλης με τους αντίστοιχους τύπους της στήλης B (ένας τύπος της στήλης B θα μείνει χωρίς αντιστοίχιση)

Στήλη A	Στήλη B
α. Μέση τιμή	1. $\sqrt{s^2}$
β. Διακύμανση	2. $\frac{1}{v} \cdot \sum_{i=1}^v t_i$
γ. Τυπική απόκλιση	3. $\frac{s}{ \bar{x} } \cdot 100\%$
δ. Συντελεστής μεταβλητότητας	4. $\frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^k w_i}$
	5. $\frac{1}{v} \cdot \sum_{i=1}^v (t_i - \bar{x})^2$

**Μονάδες 4**

- (II)** Να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

α)  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

$A_f = \dots\dots\dots$

β)  $f(x) = \sqrt{2x}$

$A_f = \dots\dots\dots$

γ)  $f(x) = \sin x$

$A_f = \dots\dots\dots$

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι παρατηρήσεις:

$\frac{\alpha}{3} + 4, \alpha + 3, 5\alpha - 5, 13 - 2\alpha, 7, \alpha + 2, 6 - \alpha, 5$  όπου  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

Η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι  $\bar{x} = 6$ .

- B1.** Να δείξετε ότι  $\alpha = 3$ .

**Μονάδες 7**

**B2.** Να βρείτε την διάμεσο και το εύρος της κατανομής.

**Μονάδες 5**

**B3.** Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας. Είναι το δείγμα ομοιογενές;  
(Δίνεται:  $\sqrt{3,75} \approx 1,93$ )

**Μονάδες 7**

**B4.** Αν όλες οι παρατηρήσεις αυξηθούν κατά 30% και στη συνέχεια μειωθεί η κάθε μια κατά 2 μονάδες, τότε να βρείτε τη μέση τιμή και τη τυπική απόκλιση του νέου δείγματος. Να συγκρίνετε τα δύο δείγματα ως προς την ομοιογένεια.

**Μονάδες 6**

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = \frac{\kappa x^2 - 2x - 8}{2 - \sqrt{x}}$ , όπου  $\kappa \in \mathbb{R}$ .

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της είναι το  $A = [0, 4) \cup (4, +\infty)$ .

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Να δείξετε ότι  $\kappa = 1$ , αν γνωρίζετε ότι:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -\frac{9}{2}$ .

**Μονάδες 6**

Για  $\kappa = 1$

**Γ3.** Να υπολογίσετε το όριο:  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ .

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Δίνεται η συνάρτηση:  $g(x) = \begin{cases} f(x) & , x \in [0, 4) \cup (4, +\infty) \\ -\frac{6}{25} \cdot \alpha & , x = 4 \end{cases}$

Δίνεται, επίσης, μια κατανομή περίπου κανονική, με διάμεσο ίση με 10 και τον αριθμό των παρατηρήσεων που έχουν τιμή τουλάχιστον 12 να είναι ίσος με 640 από τις 4000 συνολικά. Ο πραγματικός αριθμός  $\alpha$  ισούται με τον αριθμό των παρατηρήσεων που έχουν τιμή το πολύ 6 (από την κανονική κατανομή). Να εξετάσετε την συνάρτηση  $g$  ως προς τη συνέχεια στο  $x_0 = 4$ .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x - \frac{1}{3}$ ,  $x \in (-2, 4)$ .

**Δ1.** Να μελετήσετε την συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Δίνεται ο παρακάτω πίνακας:

Κλάσεις	Κέντρο $x_i$	$v_i$	$N_i$	$f_i$	$F_i$	$x_i v_i$
[ , )					0,05	
[ , )				0,25		
[ , )	3		10			
[ , )		6				
[ , )						
Σύνολα						

Για τον οποίο γνωρίζουμε ότι :

- Το πλάτος των κλάσεων ισούται με το ακρότατο της  $f$
- Η συχνότητα της 1<sup>ης</sup> κλάσης με την θέση ακρότατου της  $f$ .

Να συμπληρώσετε τον πίνακα και να αποδείξετε ότι  $\bar{x} = 3,7$ .

**Μονάδες 7**

**Δ3.** Από όλα τα σημεία του επιπέδου της μορφής  $A(x, 2)$  ποιο είναι εκείνο που απέχει από την αρχή των αξόνων την ελάχιστη απόσταση ; Στη συνέχεια να βρείτε την απόσταση αυτή .

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Δίνεται η συνάρτηση:  $h(x) = -f'(x) - 2 \cdot d'(x) \cdot \sqrt{x^2 + 4}$ ,  $x \in (-2, 4)$ , όπου  $d'(x)$  ο ρυθμός μεταβολής της απόστασης του σημείου  $A$  του προηγούμενου ερωτήματος από την αρχή των αξόνων. Να γράψετε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $h(x)$  που είναι κάθετη στην ευθεία  $y = -\frac{1}{2}x + 9$ .

**Μονάδες 6**