



ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 7 Μαΐου 2022  
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να αποδείξετε ότι: το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου  $P(x)$  με το  $x - \rho$  είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για  $x = \rho$ . Είναι δηλαδή  $v = P(\rho)$ .

Μονάδες 10

**A2.** Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση  $f$ , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο  $A$ , παρουσιάζει στο  $x_0 \in A$  (ολικό) ελάχιστο;

Μονάδες 5

**A3.** Να γράψετε τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω προτάσεις και δίπλα σε αυτόν το γράμμα (Σ) αν η πρόταση είναι σωστή ή το γράμμα (Λ) αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων ισούται με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.
2.  $(\log_{\alpha} x)^{\kappa} = \kappa \log_{\alpha} x$ , για κάθε  $x > 0$  και  $0 < \alpha \neq 1, \kappa \in \mathbb{R}$ .
3.  $\varepsilon\phi\omega \cdot \sigma\phi\omega = 1$ .
4. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = \phi(x) - c, c > 0$  προκύπτει από την κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της  $\phi$  κατά  $c$  μονάδες προς τα κάτω.
5. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης είναι δυνατόν να τέμνει τον άξονα  $y'y$  σε περισσότερα από ένα σημεία.

Μονάδες 10

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2022  
Β' ΦΑΣΗ

E\_3.Μλ2ΓΑ(ε)

## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 + ax^2 - 5x + \beta$ ,  $a, \beta \in \mathbb{R}$ , το οποίο έχει ρίζα το 1 και διαιρούμενο με το  $x - 2$  δίνει υπόλοιπο 12.

**B1.** Να αποδείξετε ότι:  $a = 1, \beta = 2$ .

Μονάδες 8

**B2.** Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 0$ .

Μονάδες 7

**B3. α)** Να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $x - 2$ .

Μονάδες 3

**β)** Να λύσετε την ανίσωση  $P(x) - 12 < 0$ .

Μονάδες 7

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu(\pi - x)\sigma\upsilon\upsilon\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2\sigma\upsilon\upsilon(2\pi - x) + \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\sigma\upsilon\upsilon(\pi - x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$

και η συνάρτηση  $g(x) = f\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $f(x) = 2\sigma\upsilon\upsilon x + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

Μονάδες 9

**Γ2.** Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης  $g$  καθώς επίσης και την περίοδο της.

Μονάδες 3

**Γ3.** Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$  στο διάστημα  $[0, 4]$ .

Μονάδες 5

**Γ4.** Να λύσετε την εξίσωση  $g(x) = 0$  στο διάστημα  $[0, 4]$

Μονάδες 8

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2022  
Β' ΦΑΣΗ

E\_3.Μλ2ΓΑ(ε)

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 + \beta x^2 - 4\alpha x - 3$ , όπου  $\alpha, \beta$  ακέραιοι αριθμοί με τον  $\alpha$  να είναι ρίζα του πολυωνύμου  $P$ , και η συνάρτηση  $f(x) = \log(2^{x+1} + 8) - 2\log 2, x \in \mathbb{R}$ .

Δ1. Να λύσετε την ανίσωση  $0 < f(x) < 1$  (1).

Μονάδες 7

Δ2. Να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta$  αν οι λύσεις της ανίσωσης (1) είναι  $x \in (-\infty, 4)$ , και ισχύει  $(f(\alpha))^{5\beta-24} < (f(\alpha))^{\beta(\beta-5)}$ .

Μονάδες 8

Για  $\alpha = 1, \beta = 5$ 

Δ3. Να λύσετε την ανίσωση  $P(x) < 0$ .

Μονάδες 6

Δ4. Να αποδείξετε ότι για κάθε  $x \in [0, \pi]$  ισχύει  $P(\eta\mu x) + f(\eta\mu x) < 1$ .

Μονάδες 4