ΦΥΣΙΚΗ

Γ' Γενικού Λυκείου

Θετικών Σπουδών & Σπουδών Υγείας

Πέμπτη 28 Απριλίου 2022 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ

Α2. γ

Α3. β

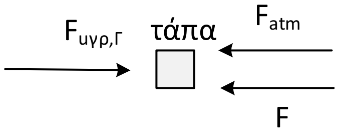
Α4. δ

Α5. **α.** Λ **β.** Σ **γ.** Λ **δ.** Σ **ε.** Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή πρόταση: (α)

Για την ισορροπία της τάπας πριν την αφαίρεσή της ισχύει:



$\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow F_{atm}+F=F_{υγρ,Γ} \Rightarrow p_{atm}+p_F=p_Γ \Rightarrow p_{atm}+p_F=2p_{atm} \Rightarrow p_F=p_{atm}$ (1)

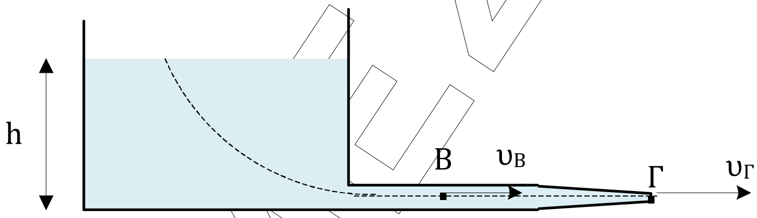
Όμως: $p_Γ=p_{atm}+\rho gh \Rightarrow 2p_{atm}=p_{atm}+\rho gh \Rightarrow p_{atm}=\rho gh$ (2) Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε: $p_F=p_{atm}=\rho gh$ (3)

Αφαιρώντας την τάπα και εφαρμόζοντας εξίσωση Bernoulli από ένα σημείο της επιφάνειας μέχρι το σημείο Γ προκύπτει: $υ_Γ=\sqrt{2gh}$ (4)

Από την εξίσωση συνέχειας για τα σημεία Β και Γ προκύπτει:

$$A_B\upsilon_B = A_\Gamma\upsilon_\Gamma \Rightarrow \sqrt{2}A_\Gamma\upsilon_B = A_\Gamma\upsilon_\Gamma \Rightarrow \upsilon_B = \frac{\upsilon_\Gamma}{\sqrt{2}} \overset{(4)}{\Rightarrow} \upsilon_B = \sqrt{gh} \ (5)$$

Τέλος εφαρμόζοντας εξίσωση Bernoulli για τα σημεία Β και Γ της ίδιας ρευματικής γραμμής προκύπτει:



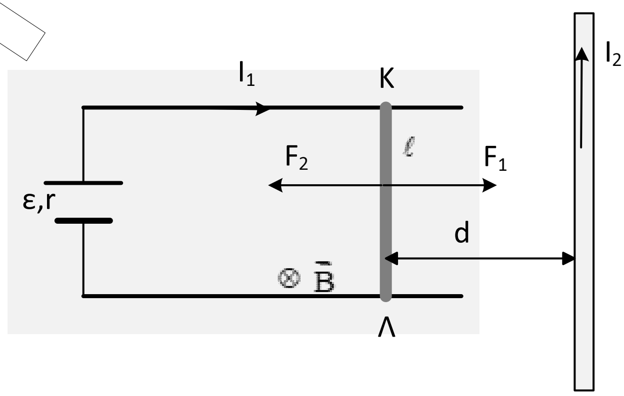
$$p_B + \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 = p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2 \overset{p_\Gamma = p_{atm}}{\Rightarrow} p_B = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_\Gamma^2 - \upsilon_B^2\right) \overset{(3),(4),(5)}{\Rightarrow}$$

$$p_B = p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho(2gh - gh) \Rightarrow p_B = p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho gh \overset{(3)}{\Rightarrow} p_B = p_\Gamma + \frac{1}{2}p_\Gamma \Rightarrow p_B = \frac{3}{2}p_\Gamma \Rightarrow$$

$$\frac{p_B}{p_\Gamma} = \frac{3}{2}$$

Β2. **i)** Σωστή πρόταση: (α)

Το κλειστό κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1 και ο αγωγός ΚΛ δέχεται δύναμη Laplace μέτρου $F_1 = BI_1\ell$, η οποία με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων έχει φορά προς τα δεξιά. Για να ισορροπεί ο αγωγός ΚΛ πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται να είναι ίση με μηδέν. Δηλαδή η δύναμη F_2 που δέχεται λόγω της αλληλεπίδρασής του με τον αγωγό απείρου μήκους πρέπει να είναι αντίθετη της F_1. Για να είναι η φορά της δύναμης F_2 προς τα αριστερά πρέπει οι αγωγοί να διαρρέονται από ρεύματα αντίθετης φοράς. Συνεπώς το ρεύμα έντασης I_2 έχει φορά προς τα πάνω.



ii) Σωστή πρόταση: (β)

$$\Sigma\vec{F}=0\Rightarrow\vec{F}_1=-\vec{F}_2\Rightarrow F_1=F_2\Rightarrow BI_1\ell=B_2I_1\ell\Rightarrow B=B_2\Rightarrow$$

$$B=K_\mu\frac{2I_2}{d}\Rightarrow I_2=\frac{dB}{2K_\mu}$$

B3. **i)** Σωστή πρόταση: (β)

Η μετατόπιση του κέντρου μάζας του καρουλιού ισούται με: $x_{cm}=R\cdot\theta$

Για το νήμα που ξετυλίγεται ισχύει: $\ell=r\cdot\theta\Rightarrow\theta=\frac{\ell}{r}$. Τελικά προκύπτει:

$$x_{cm}=R\frac{\ell}{r}$$

ii) Σωστή πρόταση: (β)

Με βάση την αρχή της επαλληλίας το σημείο του νήματος που εφάπτεται στον κύλινδρο ακτίνας r μετατοπίζεται κατά: $x=x_{cm}+\ell$. Για τους ρυθμούς μεταβολής (χρονική παράγωγος) ισχύει:

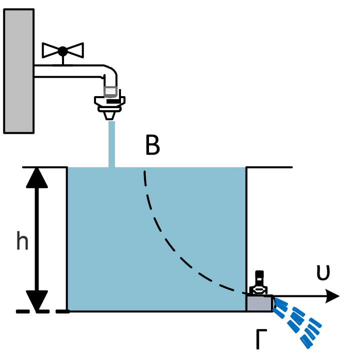
$$\frac{dx}{dt}=\frac{dx_{cm}}{dt}+\frac{d\ell}{dt}\Rightarrow\upsilon=\upsilon_{cm}+\upsilon_{\gamma\rho\alpha\mu\mu\iota\kappa\acute{\eta}}\Rightarrow\upsilon=\upsilon_{cm}+\omega r.$$ Όμως: $\upsilon_{cm}=\omega R\Rightarrow\omega=\frac{\upsilon_{cm}}{R}$

Τελικά: $\upsilon=\upsilon_{cm}+\frac{\upsilon_{cm}}{R}r\Rightarrow\upsilon=\upsilon_{cm}\left(1+\frac{r}{R}\right)\Rightarrow\upsilon=\upsilon_{cm}\frac{R+r}{R}\Rightarrow\upsilon_{cm}=\frac{\upsilon R}{R+r}$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Εφαρμόζουμε το θεώρημα Toriccelli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής ΒΓ:

$$\upsilon=\sqrt{2gh}\Rightarrow\upsilon=5\frac{m}{s}$$



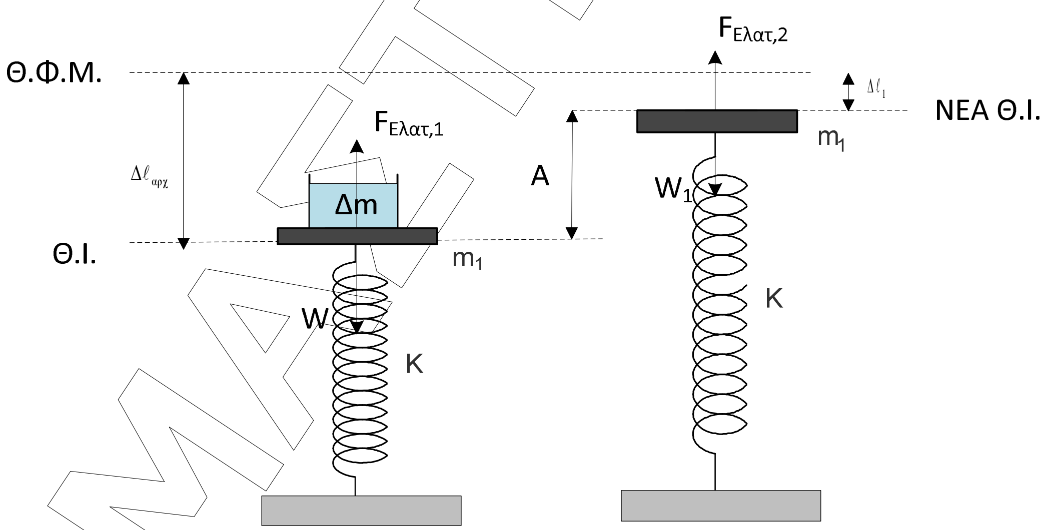
Γ2. Αφού η στάθμη του νερού παραμένει αμετάβλητη η παροχή της βρύσης ισούται με την παροχή εκροής του νερού από την οπή στο σημείο Γ.

$$\Pi_{\beta\rho\acute{\upsilon}\sigma\eta\varsigma} = \Pi_{\Gamma} = A\upsilon \Rightarrow \Pi_{\beta\rho\acute{\upsilon}\sigma\eta\varsigma} = 0{,}4\cdot 10^{-4}\cdot 5\frac{m^3}{s} \Rightarrow \Pi_{\beta\rho\acute{\upsilon}\sigma\eta\varsigma} = 2\cdot 10^{-4}\frac{m^3}{s}$$

Γ3. Στο χρονικό διάστημα Δt έχει εκρεύσει από το δοχείο όγκος νερού $\Delta V = \Pi_{\Gamma}\cdot\Delta t \Rightarrow \Delta V = 3\cdot 10^{-3} m^3$ Η μάζα του νερού ισούται με: $\Delta m = \rho\cdot\Delta V \Rightarrow \Delta m = 3Kg$

Για την αρχική θέση ισορροπίας του συστήματος ελατήριο – δίσκος – δοχείο νερού ισχύει: $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau,1} = W \Rightarrow K\Delta\ell_{\alpha\rho\chi} = (m_1 + \Delta m)g \Rightarrow \Delta\ell_{\alpha\rho\chi} = 0{,}4m$

Όταν αφαιρεθεί το δοχείο νερού ξεκινά απλή αρμονική ταλάντωση (Α.Α.Τ.) του συστήματος ελατήριο-δίσκος με νέα θέση ισορροπίας του συστήματος. Ισχύει: $\Sigma\vec{F} = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau,2} = W \Rightarrow K\Delta\ell_1 = m_1 g \Rightarrow \Delta\ell_1 = 0{,}1m$.



Το πλάτος της Α.Α.Τ. ισούται με: $A = \Delta\ell_{\alpha\rho\chi} - \Delta\ell_1 \Rightarrow A = 0{,}3m$. Αφού x(0) = +A η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$. Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης είναι $\omega=\sqrt{\frac{K}{m_1}}\Rightarrow\omega=10\frac{rad}{s}$. Για τη μέγιστη ταχύτητα ισχύει: $\upsilon_{max}=\omega A\Rightarrow\upsilon_{max}=3\frac{m}{s}$.

Άρα η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι:

$\upsilon(t)=3\sigma\upsilon\nu(10t+\frac{\pi}{2})$ (S.I.).

Το έργο της δύναμης επαναφοράς υπολογίζεται ως μεταβολή κινητικής ενέργειας ή διαφορά δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης.

Έχουμε: $\upsilon(0)=0$ και

$$\upsilon\left(\frac{\pi}{15}\right)=3\sigma\upsilon\nu\left(10\frac{\pi}{15}+\frac{\pi}{2}\right)=3\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)=3\sigma\upsilon\nu\left(\frac{7\pi}{6}\right)=3\left(-\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}\right)=-3\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s}$$

$$\upsilon\left(\frac{\pi}{15}\right)=-3\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s}$$

$$W_{F_{\varepsilon\pi\alpha\nu}}=\Delta K=\frac{1}{2}m_1\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2-\frac{1}{2}m_1\upsilon_{\alpha\rho\chi}^2=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2-0=\frac{1}{2}\cdot\frac{9\cdot 3}{4}\Rightarrow W_{F_{\varepsilon\pi\alpha\nu}}=3{,}375J$$

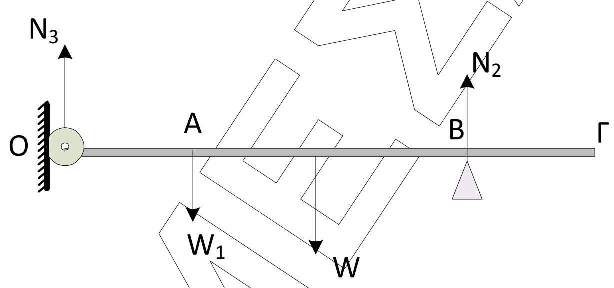
Γ4. Η ταχύτητα του δίσκου μεγιστοποιείται για δεύτερη φορά όταν ο δίσκος διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με φορά προς τα κάτω ενώ το ελατήριο είναι συσπειρωμένο και συνεπώς η δύναμη του ελατηρίου έχει φορά προς τα πάνω.

$$\frac{dU_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}}{dt}=-\frac{dW_{F,\varepsilon\lambda\alpha\tau}}{dt}=-\frac{\overrightarrow{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}}\cdot d\vec{x}}{dt}=-\overrightarrow{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}}\cdot\vec{\upsilon}=-\left|\overrightarrow{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}}\right|\cdot\left|\overrightarrow{\upsilon_{max}}\right|\cdot\sigma\upsilon\nu\pi=\left|\overrightarrow{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}}\right|\cdot\left|\overrightarrow{\upsilon_{max}}\right|\Rightarrow$$

$$\frac{dU_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}}{dt}=k\cdot\Delta\ell_1\cdot\upsilon_{max}\Rightarrow\frac{dU_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}}{dt}=30\frac{J}{s}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στη δοκό ασκούνται το βάρος της W, μία δύναμη N_1 από τον κύλινδρο, μία δύναμη N_2 από το στήριγμα και η δύναμη άρθρωσης N_3, η οποία έχει κατακόρυφη διεύθυνση, αφού όλες οι άλλες δυνάμεις είναι κατακόρυφες.



Στον κύλινδρο ασκούνται το βάρος του W_1 και η δύναμη N_1' από τη δοκό. Από τον νόμο δράσης-αντίδρασης $N_1 = N_1'$ και αφού ο κύλινδρος ισορροπεί $N_1' = W_1$. Άρα $N_1 = W_1$.

Αφού η δοκός ισορροπεί το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου είναι μηδέν. Θεωρούμε την αντιωρολόγια ως θετική φορά περιστροφής.

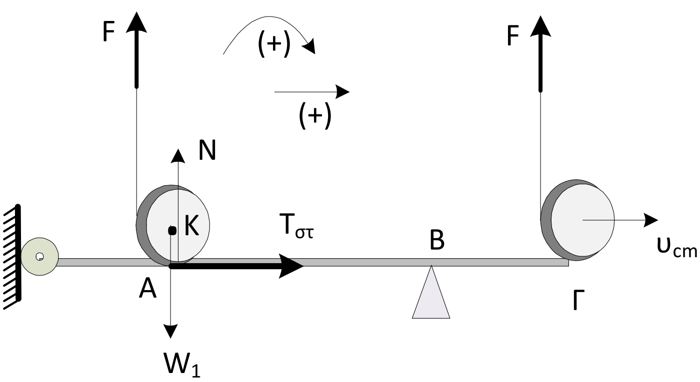
$$\Sigma\tau_{(o)} = 0 \Rightarrow N_2(OB) - W\left(\frac{L}{2}\right) - W_1(OA) = 0$$

$$\Rightarrow N_2 \cdot 9 - 8 \cdot 6 - 20 \cdot 3 = 0 \Rightarrow N_2 = 12N$$

Επίσης ισχύει: $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow N_2 + N_3 = W + W_1 \Rightarrow N_3 = 16N$

Δ2. Η στατική τριβή έχει φορά προς τα δεξιά γιατί είναι η μοναδική δύναμη στον οριζόντιο άξονα και πρέπει να είναι η κινητήρια (επιταχύνουσα) μεταφορική δύναμη.

$\Sigma F_x = m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 2\alpha_{cm}$ (1)



$\Sigma\tau_{(K)} = I_{(K)} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow F \cdot R - T_{\sigma\tau} \cdot R = \frac{1}{2}mR^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \overset{(1)}{\Rightarrow} F - 2\alpha_{cm} = \frac{1}{2}2R\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$

$F - 2\alpha_{cm} = R\alpha_{\gamma\omega\nu}$ (2)

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R$ (3)

Από (2) και (3) $F - 2\alpha_{cm} = \alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{F}{3} \Rightarrow \alpha_{cm} = 2\frac{m}{s^2}$.

Για την ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση ισχύουν οι σχέσεις:

$(\text{ΑΓ}) = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2(\text{ΑΓ})}{\alpha_{cm}}} \Rightarrow t = 3s$ και $\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow \upsilon_{cm} = 6\frac{m}{s}$

Ο υπολογισμός της ταχύτητας μπορεί να γίνει και με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

$W_F = K_{\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\iota\kappa\acute{\eta}} + K_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi o\rho\iota\kappa\acute{\eta}} \Rightarrow F \cdot (\text{ΑΓ}) = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2$

Δ3. Ο ρυθμός που προσφέρεται ενέργεια στον κύλινδρο ισούται με την ισχύ της δύναμης F αφού η στατική τριβή συνολικά δεν παράγει ούτε καταναλώνει ενέργεια.

$P_F = \tau \cdot \omega = F \cdot R \cdot \omega = F \cdot \upsilon_{cm} \Rightarrow P_F = 36W$

$*K_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mR^2\omega^2 = \frac{1}{4}m\upsilon_{cm}^2 \Rightarrow K_{\pi\varepsilon\rho} = 18J$

$K_{\mu\varepsilon\tau} = \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 \Rightarrow K_{\mu\varepsilon\tau} = 36J$

$W_F = \tau \cdot \theta = F \cdot R \cdot \theta \Rightarrow W_F = F \cdot x_{cm} \Rightarrow W_F = 6 \cdot 9 = 54J$

Για τα ποσοστά έχουμε: $\frac{K_{\mu\varepsilon\tau}}{W_F}100\% = \frac{36}{54}100\% = \frac{200}{3}\%$ και

$\frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{W_F}100\% = \frac{18}{54}100\% = \frac{100}{3}\%$

*Οι κινητικές ενέργειες λόγω περιστροφικής και λόγω μεταφορικής κίνησης μπορούν να υπολογιστούν και ως εξής:

$K_{\pi\varepsilon\rho} = F \cdot R \cdot \theta - T_{\sigma\tau}R \cdot \theta \Rightarrow K_{\pi\varepsilon\rho} = (F - T_{\sigma\tau}) \cdot R \cdot \theta \Rightarrow K_{\pi\varepsilon\rho} = (F - T_{\sigma\tau}) \cdot x_{cm}$

$K_{\mu\varepsilon\tau} = T_{\sigma\tau} \cdot x_{cm}$

Δ4. Όταν ο κύλινδρος εγκαταλείπει τη δοκό η μοναδική δύναμη που του ασκείται είναι το βάρος. Η κίνηση που εκτελεί είναι σύνθετη:

i) Οριζόντια βολή αφού έχει αρχική ταχύτητα 6 m/s και κατακόρυφη επιτάχυνση g και

ii) Ομαλή περιστροφική με γωνιακή ταχύτητα $\omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R} = 12\frac{rad}{s}$ αφού η στροφορμή του διατηρείται ($\Sigma\tau_{\varepsilon\xi} = 0$).

Η τελική κινητική ενέργεια ισούται με:

$K_{\tau\varepsilon\lambda} = K_{\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\iota\kappa\acute{\eta}} + K_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi o\rho\iota\kappa\acute{\eta}} = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2_{cm,\tau\varepsilon\lambda}$. Από τη σχέση αυτή αν υπολογίσουμε με τις εξισώσεις της οριζόντιας βολής την $\upsilon_{cm,\tau\varepsilon\lambda}$ προκύπτει η ζητούμενη κινητική ενέργεια.

Εναλλακτικά με την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2_{cm} + \frac{1}{2}I\omega^2 + mgh = K_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 6^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\frac{1}{4}\cdot 12^2 + 2\cdot 10\cdot 1{,}2 = K_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} = 78J$$

Δ5. Αφού το ύψος του αφαιρούμενου στηρίγματος (H = 13m) είναι μεγαλύτερο από το μήκος της δοκού (L = 12m), η δοκός μπορεί απρόσκοπτα να διέλθει από την κατακόρυφη θέση. Υπολογίζουμε με Α.Δ.Μ.Ε. την γωνιακή ταχύτητα της δοκού στην κατακόρυφη θέση.

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 + Mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2}I_{(O)}\omega^2 \ (4)$$

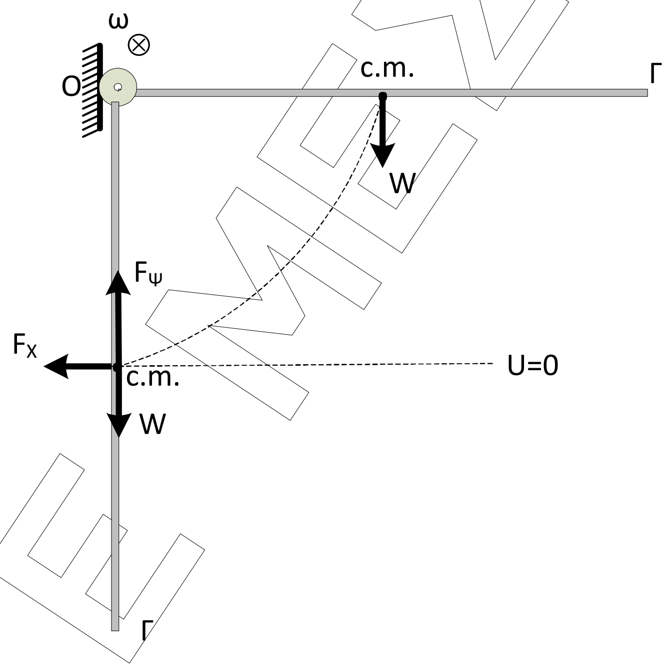
Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Steiner για τον υπολογισμό της ροπής αδράνειας της δοκού ως προς τον άξονα περιστροφής της.

$$I_{(O)} = I_{cm} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}ML^2 + M\frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{(O)} = \frac{1}{3}ML^2 \ (5)$$

Από τις σχέσεις (4) και (5) έχουμε:

$$M\cdot g\cdot\frac{L}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot M\cdot L^2\cdot\omega^2\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{3\cdot g}{L}}\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{3\cdot 10}{12}}=\sqrt{2,5}\,\frac{rad}{s}$$

Το κέντρο μάζας της δοκού εκτελεί κυκλική κίνηση με την επίδραση όλων των δυνάμεων που ασκούνται στη δοκό. Αυτές είναι το βάρος και η δύναμη από την άρθρωση. Αυτή είναι τυχαίας διεύθυνσης και αναλύεται σε F_X και F_ψ.



Ισχύει:

$$F_x=M\cdot\alpha_E=m\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot\frac{L}{2}.$$

Όμως στην κατακόρυφη θέση η γωνιακή επιτάχυνση είναι μηδενική αφού το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών μηδενίζεται. Συνεπώς και $F_X=0$.

Στη διεύθυνση της δοκού η συνισταμένη των δυνάμεων παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης.

$$\Sigma F_\psi=F_K\Rightarrow F_\psi-W=M\omega^2\frac{L}{2}\Rightarrow F_\psi=(8+0,8\cdot 2,5\cdot 6)N\Rightarrow F_\psi=20N$$

Άρα: $F=20N$.