



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΠΑ.Λ.

Μ. Τετάρτη 20 Απριλίου 2022 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να δώσετε τον ορισμό της παραγωγίσιμης συνάρτησης στο x_0 .
(Μονάδες 5)
- A2.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = x^2$, είναι ίση με $2x$, δηλαδή $(x^2)' = 2x$.
(Μονάδες 6)
- A3.** Πότε μια ποσοτική μεταβλητή λέγεται συνεχής; Να δώσετε ένα παράδειγμα συνεχούς μεταβλητής.
(Μονάδες 4)
- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που ακολουθεί σε κάθε πρόταση:
- 1) Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .
 - 2) Η παράγωγος της $f(x) = \eta\mu x$ είναι η $f'(x) = -\sigma\upsilon\nu x$.
 - 3) Η διάμεσος δ ενός δείγματος n παρατηρήσεων είναι πάντα μία από αυτές τις παρατηρήσεις.
 - 4) Το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων f_i των τιμών x_i μιας μεταβλητής είναι ίσο με 100.
 - 5) Έστω μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A και $x_1 \in A$. Αν $f(x) \geq f(x_1)$, για κάθε x σε μια περιοχή του x_1 , τότε το $f(x_1)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f .
- (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ Β

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$.

B1. Να βρεθούν τα σημεία τομής της C_f με τον οριζόντιο και με τον κάθετο άξονα συντεταγμένων.

(Μονάδες 7)

B2. Να δείξετε ότι πρώτη παράγωγος της f είναι $f'(x) = (x - 2)(x^2 - 4x + 3)^{-\frac{1}{2}}$.

(Μονάδες 5)

B3. Να υπολογίσετε το συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της C_f στο σημείο που αυτή τέμνει τον άξονα $y'y$ και να αποδείξετε ότι η γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη με τον άξονα $x'x$ είναι αμβλεία.

(Μονάδες 6)

B4. Δίνεται ακόμα η συνάρτηση $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x) - \sqrt{3}}{x}, & x \neq 0 \\ \sqrt{3}a, & x = 0 \end{cases}$

Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού a ώστε η g να είναι συνεχής στο $x_0 = 0$.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα σχετικά με έρευνα που έγινε για το πόσες ώρες περνούν οι μαθητές της Γ' τάξης ενός ΕΠΑΛ το μήνα στο διαδίκτυο.

ΚΛΑΣΕΙΣ	ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΤΙΜΗ (x_i)	v_i	N_i	f_i	F_i
[..., ...)		15			
[..., 45)		25			
[..., ...)		40			
[..., ...)	60	20			
	ΣΥΝΟΛΟ				



2022 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

- Γ1.** Να αποδείξετε ότι $a = 25$ και $c' = 10$, όπου a το αριστερό άκρο της πρώτης κλάσης και c' το πλάτος των κλάσεων. (Μονάδες 6)
- Γ2.** Να συμπληρώσετε ολόκληρο τον παραπάνω πίνακα κατανομής συχνοτήτων. (Μονάδες 8)
- Γ3.** Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων f_i . (Μονάδες 4)
- Γ4. α)** Πόσοι μαθητές περνούν τουλάχιστον 35 ώρες το μήνα στο διαδίκτυο; (Μονάδες 2)
- β)** Με τι θα ισούται το εμβαδό της στήλης του ιστογράμματος συχνοτήτων (v_i) που αντιστοιχεί στη δεύτερη κλάση; (Μονάδες 2)
- γ)** Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που περνούν κάτω από 50 ώρες στο διαδίκτυο μηνιαίως. (Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ Δ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 3x + 15$.

- Δ1.** Να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο που είναι παράλληλη στην ευθεία $\varepsilon: y = -3x + 2$. (Μονάδες 6)



2022 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

- Δ2. Δίνονται επιπλέον οι βαθμολογίες σε 7 διαγωνίσματα που έγραψαν δύο μαθητές της Γ' τάξης στο δεύτερο τετράμηνο:

A:	18,	13,	14,	16,	α ,	12,	15
B:	15,	16,	17,	16,	15,	β ,	13

όπου α , β μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι $\alpha = 17$ και $\beta = 13$.

(Μονάδες 6)

- Δ3. Να βρείτε τη μέση τιμή και τη διάμεσο σε καθεμία από τις δύο βαθμολογίες.

(Μονάδες 6)

- Δ4. Ποια από τις δύο βαθμολογίες παρουσιάζει μεγαλύτερη ομοιογένεια;

(Μονάδες 7)