



2022 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Β' Γενικού Λυκείου

Θετικών Σπουδών

Πέμπτη 28 Απριλίου 2022 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

## ΘΕΜΑΤΑ

### ΘΕΜΑ Α

- A.α.** Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου  $c: x^2 + y^2 = p^2$  στο σημείο  $A(x_1, y_1)$  έχει εξίσωση:  $xx_1 + yy_1 = p^2$ .  
(8 μονάδες)
- A.β.** Τα διανύσματα  $\vec{a} = (x_1, y_1)$  και  $\vec{b} = (x_2, y_2)$  έχουν συντελεστές διεύθυνσης  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε την ισοδυναμία:  $\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$ .  
(7 μονάδες)
- A.γ.** Να Χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ).
- i) Ο κύκλος με εξίσωση  $x^2 + y^2 + Ax + By = 0$  έχει ως κέντρο την αρχή των αξόνων  $O(0, 0)$ .
  - ii) Η ευθεία  $2x + y - 3 = 0$  σχηματίζει με τον άξονα  $xx'$  αμβλεία γωνία.
  - iii) Το συμμετρικό του σημείου  $P(-1, 2)$  ως προς τον άξονα  $yy'$  είναι το  $P'(2, -1)$ .
  - iv) Η παραβολή με εξίσωση  $x = 2y^2$  έχει εστία  $E(0, 1/2)$ .
  - v) Η ευθεία  $2x + 3y - 1 = 0$  και το διάνυσμα  $\vec{u} = (3, 2)$  είναι μεταξύ τους κάθετα.
- (10 μονάδες)

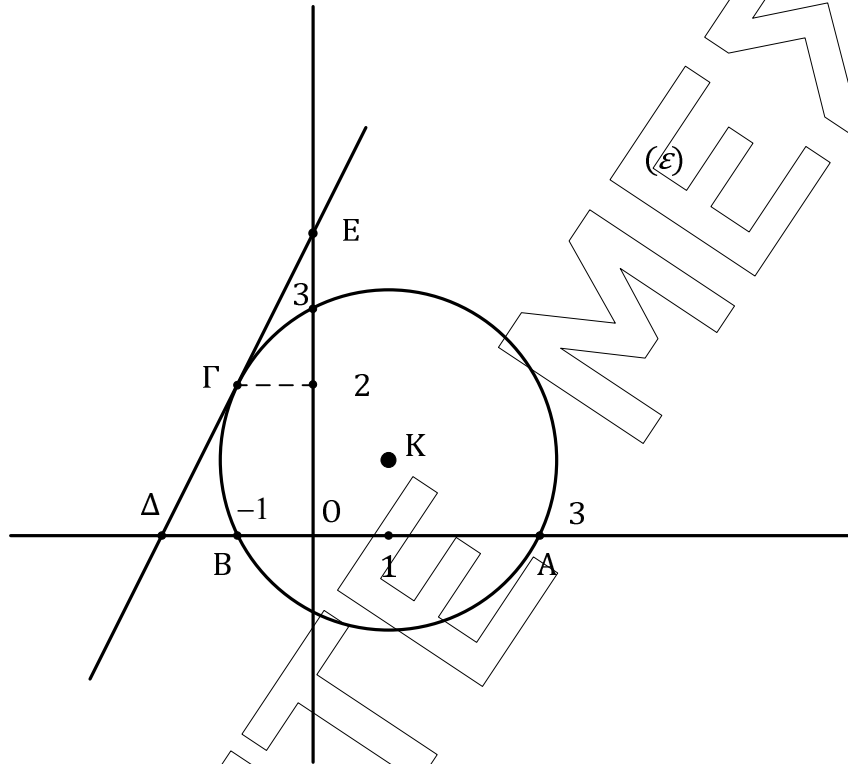


**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 4\lambda x + 6\lambda y + 13\lambda^2 - 9 = 0, \lambda \in \mathbb{R}$  (1)

- i) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει ίσους κύκλους. (5 μονάδες)
- ii) Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των κέντρων των παραπάνω κύκλων. (5 μονάδες)
- iii) α) Να αποδείξετε ότι οι παραπάνω κύκλοι εφάπτονται σε δύο σταθερές ευθείες. (6 μονάδες)
- β) Να βρείτε την απόσταση των δύο παραπάνω ευθειών. (3 μονάδες)
- iv) Αν  $\lambda = 0$  βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου που άγονται από το σημείο  $A(0, 5)$ . (6 μονάδες)

**ΘΕΜΑ Γ**



- Γ.α.** Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου στο παραπάνω σχήμα. **(6 μονάδες)**
- Γ.β.** Αν η εξίσωση του κύκλου  $c_1$  είναι  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$
- i)** Να αποδείξετε ότι τα σημεία A και Γ είναι αντιδιαμετρικά. **(2 μονάδες)**
- ii)** Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου  $c_1$  που άγονται από το σημείο Δ. **(5 μονάδες)**
- iii)** Να βρείτε τη γωνία των παραπάνω εφαπτομένων. **(6 μονάδες)**



2022 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

iv) Να βρείτε ποιο σημείο του κύκλου  $c_1$  απέχει από το  $\Delta$  τη μικρότερη και ποιο τη μεγαλύτερη απόσταση.

(6 μονάδες)

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η ευθεία ( $\varepsilon$ )  $4\lambda x - 4y + 1 = 0$  και η παραβολή  $c: y = x^2$ .

i) Να βρείτε την εστία  $E$  και τη διευθετούσα ( $\delta$ ) της παραβολής.

(3 μονάδες)

ii) Να αποδείξετε ότι η ευθεία ( $\varepsilon$ ) τέμνει την παραβολή σε 2 σημεία, έστω  $A$  και  $B$ .

(4 μονάδες)

iii) Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες της  $c$  στα σημεία  $A$  και  $B$  είναι μεταξύ τους κάθετες.

(6 μονάδες)

iv) Να αποδείξετε αν το κοινό σημείο των εφαπτομένων της  $c$  στα σημεία  $A$  και  $B$  ανήκει στην ευθεία  $y = -\frac{1}{4}$ .

(6 μονάδες)

v) Αν  $\lambda > 0$  να κάνετε μια γραφική παράσταση της άσκησης.

(6 μονάδες)