2022 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΑΛΓΕΒΡΑ

Β' Γενικού Λυκείου

Γενικής Παιδείας

Μ. Τετάρτη 20 Απριλίου 2022 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 135.

Α2. Σχολικό βιβλίο σελ. 31.

Α3. **i. – Σ**

ii. – Λ

iii. – Λ

iv. – Λ

v. – Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. $P(x)=(2x-1)(x^2-2)+1$

$P(x)=2x^3-4x-x^2+2+1$

$P(x)=2x^3-x^2-4x+3$

Β2. **i.**

2	**–1**	**–4**	**3**	**1**
	2	**1**	**1**	**–3**
2	**1**	**–3**	$\boxed{\mathbf{0}}$	

άρα $x=1$ ρίζα και $P(x)=(x-1)(2x^2+x-3)$

ii. $P(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)(2x^2+x-3)=0$

$x-1=0$ ή $2x^2+x-3=0$

$x=1$ ή $x=1$ ή $x=-\dfrac{3}{2}$

B3. $2\eta\mu^3 x + 2 = 4\eta\mu x - (1-\eta\mu^2 x)$

$2\eta\mu^3 x - \eta\mu^2 x - 4\eta\mu x + 3 = 0$

$\mathrm{P}(\eta\mu x) = 0$

$\eta\mu x = 1$ ή $\eta\mu x = -\dfrac{3}{2}$ (αδύνατη)

$\eta\mu x = \eta\mu\dfrac{\pi}{2}$

$x = 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{2}, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$

και επειδή $x \in (-2\pi, \pi)$ είναι $x = -\dfrac{3\pi}{2}$ ή $x = \dfrac{\pi}{2}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Πρέπει $\alpha^2 - 2 = -\alpha \Leftrightarrow \alpha^2 + \alpha - 2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = -2$ ή $\alpha = 1$

Αν $\alpha = 1$ τότε $A = (-\infty, 1] \cup [-1, +\infty)$, απορρίπτεται

Αν $\alpha = -2$ τότε $A = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

Γ2. Έστω $x_1, x_2 \in A_1 = (-\infty, -2]$ με $x_1 < x_2$, τότε

$x_1^2 > x_2^2 \Leftrightarrow x_1^2 - 4 > x_2^2 - 4 \Leftrightarrow \sqrt{x_1^2 - 4} > \sqrt{x_2^2 - 4} \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$

δηλ. f γνησίως φθίνουσα στο A_1.

Έστω $x_1, x_2 \in A_2 = [2, +\infty)$ με $x_1 < x_2$, τότε

$x_1^2 < x_2^2 \Leftrightarrow x_1^2 - 4 < x_2^2 - 4 \Leftrightarrow \sqrt{x_1^2 - 4} < \sqrt{x_2^2 - 4} \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$

δηλ. f γνησίως αύξουσα στο A_2.

Γ3. Αρκεί $f(x)\geq f(-2)\Leftrightarrow \sqrt{x^2-4}\geq 0$, ισχύει

και $f(x)\geq f(2)\Leftrightarrow \sqrt{x^2-4}\geq 0$, ισχύει.

Γ4. $\sqrt{x^2-4}<4-x$ με $x\in A$ και $x\leq 4$.

$\sqrt{x^2-4}<4-x \Leftrightarrow x^2-4<16-8x+x^2 \Leftrightarrow 8x<20 \Leftrightarrow x<\frac{5}{2}$.

Γ5. $\sqrt{16\eta\mu^2\theta-4}=2 \Leftrightarrow 16\eta\mu^2\theta-4=4 \Leftrightarrow 16\eta\mu^2\theta=8 \Leftrightarrow \eta\mu^2\theta=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \eta\mu\theta=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\eta\mu\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \eta\mu\theta=\eta\mu\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \theta=\frac{5\pi}{4}$ ή $\theta=\frac{7\pi}{4}$

$\eta\mu\theta=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \eta\mu\theta=\eta\mu\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \theta=\frac{\pi}{4}$ ή $\theta=\frac{3\pi}{4}$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

$$
\begin{array}{r|l}
x^5-4x^3-x^2+\alpha x+\beta & x^2-4 \\ \cline{2-2}
x^5+4x^3 & x^3-1 \\ \cline{1-1}
-x^2+\alpha x+\beta & \\
x^2-4 & \\ \cline{1-1}
\alpha x+\beta-4 &
\end{array}
$$

Δ2. Πρέπει για κάθε $x\in\mathbb{R}$ να είναι:

$\alpha x+\beta-4=4x+1$ και θα ισχύει όταν:

$\boxed{\alpha=4}$ και $\beta-4=1 \Leftrightarrow \boxed{\beta=5}$

Δ3. **i.** $P(x)=(x^2-4)(x^3-1)+4x+1$

ii. $P(x)<4x+1 \Leftrightarrow (x^2-4)(x^3-1)+4x+1<4x+1 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x^2-4)(x-1)(x^2+x+1)<0$

όπου $x^2+x+1>0$ αφού $\Delta<0$.

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
x^2-4		+	0	−		−	0	+	
$x-1$		−		−	0	+		+	
Γινόμενο		−		+		−		+	

άρα $x\in(-\infty,-2)\cup(1,2)$

iii. Η ανίσωση γίνεται: $\dfrac{\left(x^2-4\right)\left(x^3-1\right)}{4x+1}\geq 0$ με $x\neq -\dfrac{1}{4}$

$\left(4x+1\right)\left(x^2-4\right)\left(x^3-1\right)\geq 0$

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{4}$		1		2		$+\infty$
x^2-4		+	0	−		−		−	0	+	
x^3-1		−		−		−	0	+		+	
$4x+1$		−		−		+		+		+	
Γινόμενο		+	0	−	‖	+	0	−	0	+	

Άρα $x\in(-\infty,-2]\cup\left(-\dfrac{1}{4},1\right]\cup[2,+\infty)$