



2022 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΑΛΓΕΒΡΑ

Α' Γενικού Λυκείου

Μ. Τετάρτη 20 Απριλίου 2022 | Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού.
(Μονάδες 5)
- A2.** Να αποδείξετε ότι, για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς a, β , ισχύει η ανισότητα:
$$|a + \beta| \leq |a| + |\beta|$$

(Μονάδες 10)
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:
- Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς a, β, γ, δ , δισχύει η πρόταση:
αν $a < \beta$ και $\gamma < \delta$ τότε $a \cdot \gamma < \beta \cdot \delta$
 - Για κάθε $\theta \in (0, +\infty)$ ισχύει: $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$.
 - Αν ισχύουν $a > 0$ και $\Delta < 0$, όπου Δ η διακρίνουσα του τριωνύμου $ax^2 + \beta x + \gamma$, τότε το τριώνυμο $ax^2 + \beta x + \gamma < 0$ για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό x .
 - Η εξίσωση $x^n = a$, με $a < 0$ και n : περιττό έχει ακριβώς μία λύση την $-\sqrt[n]{|a|}$.
 - Αν η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, με $a \neq 0$, έχει δύο ρίζες αντίθετες τότε ισχύει: $\beta = 0$.

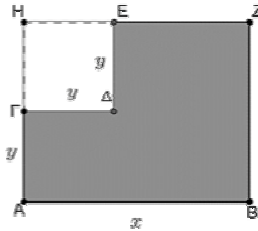
(Μονάδες 10)



2022 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΘΕΜΑ Β

Από το ορθογώνιο $ABZH$ αφαιρέθηκε το τετράγωνο $\Gamma\Delta E\text{H}$ πλευράς y .



B1. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του γραμμοσκιασμένου σχήματος $EZBA\Gamma\Delta$ που απέμεινε δίνεται από τη σχέση: $P = 2x + 4y$.

(Μονάδες 10)

B2. Αν ισχύει $5 < x < 8$ και $1 < y < 2$, να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται η τιμή της περιμέτρου του παραπάνω γραμμοσκιασμένου σχήματος.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το τριώνυμο: $x^2 - (\lambda - 4)x - \lambda + 2$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου.

(Μονάδες 5)

Γ2. Να δείξετε ότι το τριώνυμο έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 6)

Γ3. Να προσδιορίσετε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ (αν υπάρχουν), για τις οποίες το τριώνυμο έχει δύο ρίζες αρνητικές.

(Μονάδες 6)



2022 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

Γ4. Αν x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου, να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει:

$$x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1) < 2(3 + x_1x_2)$$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση: $(8 - \lambda)x^2 - 2(\lambda - 2)x + 1 = 0$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να βρείτε τη τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να είναι 1^{ου} βαθμού.

(Μονάδες 5)

Δ2. Αν η εξίσωση είναι 2^{ου} βαθμού, να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε αυτή να έχει μια διπλή ρίζα. Για τις τιμές του λ που βρήκατε, να προσδιορίζεται τη διπλή ρίζα της εξίσωσης.

(Μονάδες 10)

Δ3. Για τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ που βρήκατε στο ερώτημα **Δ2**, να δείξετε ότι το τριώνυμο:

$$(8 - \lambda)x^2 - 2(\lambda - 2)x + 1$$

είναι μη αρνητικό, για κάθε πραγματικό αριθμό x .

(Μονάδες 10)