



2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΠΑ.Λ.

Μ. Δευτέρα 26 Απριλίου 2021 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης $f(x) = c$ είναι $f'(x) = 0$ (Μονάδες 6)
- A2.** Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A θα λέμε ότι είναι συνεχής σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της; (Μονάδες 5)
- A3.** Έστω x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n .
- 1) Τι ονομάζεται συχνότητα n_i της τιμής x_i ;
 - 2) Με τί είναι ίσος ο λόγος $\frac{n_i}{n}$;
- (Μονάδες 8)
- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό αν η αντίστοιχη πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- 1) Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_2) > f(x_1)$.
 - 2) Το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων f_i των τιμών x_i μιας μεταβλητής είναι ίσο με 100.



- 3) Στην περίπτωση των ποσοτικών μεταβλητών οι αθροιστικές συχνότητες N_i εκφράζουν το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i .

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Β

Ρωτήσαμε τους 200 μαθητές που έλαβαν μέρος σ' ένα διαδικτυακό διαγωνισμό μιας μαθηματικής εταιρείας πόσα θέματα έλυσαν σωστά και οι απαντήσεις που λάβαμε ήταν σε 1, 2, 3, 4, 5 και 6. Το ποσοστό % που αντιστοιχεί σε κάθε απάντηση, προκύπτει από την σχέση:

$$f_1\% = \frac{1}{8} \quad f_2\% = \frac{1}{4} \quad f_3\% = \frac{1}{2} \quad f_5\% = \kappa,$$

ενώ επιπλέον ισχύουν: $v_1 = v_6$ και $v_3 = v_4$.

- B1. Να αποδείξετε ότι $\kappa = 5$.

(Μονάδες 6)

- B2. Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής v_i , N_i , $f_i\%$, $F_i\%$.

(Μονάδες 8)

- B3. Με τη βοήθεια του πίνακα να βρείτε:

- α) Πόσοι μαθητές έλυσαν σωστά το πολύ 4 θέματα;
β) Ποιο ποσοστό μαθητών έλυσε σωστά τουλάχιστον 3 θέματα;

(Μονάδες 6)

- B4. Αν η εταιρία βράβευσε το 15% των καλύτερων μαθητών του διαγωνισμού, πόσα θέματα θα πρέπει να έχει επιλύσει κάποιος σωστά για να βραβευτεί;

(Μονάδες 5)



ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.

Γ1. Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 6)

Γ2. Να αποδείξετε ότι ο ρυθμός μεταβολής της f γίνεται ελάχιστος για $x = 1$.

(Μονάδες 7)

Γ3. Να συγκρίνετε τις τιμές $f(2021)$ και $f(2022)$.

(Μονάδες 4)

Γ4. Έστω επιπλέον η συνάρτηση $g(x) = \sqrt{x+5} - 2$.

α) Να ορίσετε τη συνάρτηση $h(x) = \left(\frac{f}{g}\right)(x)$

(Μονάδες 4)

β) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow -1} h(x)$.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Δ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 6x + 10$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $(2, f(2))$ είναι $\varepsilon. y = -2x + 6$.

(Μονάδες 7)

Δ2. Να δείξετε ότι τα σημεία τομής της εφαπτομένης με τους άξονες $y'y$ και $x'x$ είναι τα $A(0, 6)$ και $B(3, 0)$ αντίστοιχα.

(Μονάδες 6)



Δ3. Έστω σημείο M της εφαπτομένης. Από το M φέρνω κάθετες προς τους άξονες y και x που τους τέμνουν στα σημεία A' και B' αντίστοιχα.

α) Να δείξετε ότι το άθροισμα των εμβαδών των δύο τριγώνων MAA' και MBB' που σχηματίζονται μεταξύ καθέτων, αξόνων και εφαπτομένης ϵ , δίνεται από τον τύπο $E(x) = 2x^2 - 6x + 9$.

(Μονάδες 6)

β) Να βρείτε για ποια τιμή του x το άθροισμα των δύο αυτών εμβαδών γίνεται ελάχιστο.

(Μονάδες 6)