ΦΥΣΙΚΗ

Γ' Γενικού Λυκείου

Θετικών Σπουδών & Σπουδών Υγείας

Μ. Τετάρτη 28 Απριλίου 2021 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ

Α2. γ

Α3. β

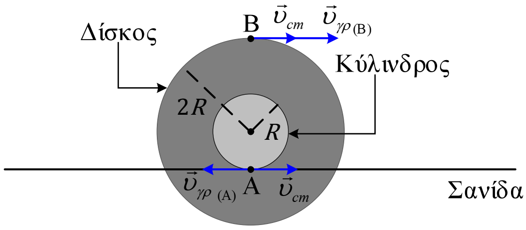
Α4. δ

Α5. **α.** Λ, **β.** Σ, **γ.** Λ, **δ.** Λ, **ε.** Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. **Σωστή απάντηση είναι η α.**

Έστω Α ένα σημείο του κυλίνδρου που είναι σε επαφή με τη σανίδα.



Αφού ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, ισχύει:

$$\vec{\upsilon}_A = \vec{0} \text{ ή } \upsilon_{cm} - \upsilon_{\gamma\rho(A)} = 0 \text{ ή } \upsilon_{cm} = \omega R \ \ (1),$$

όπου ω το μέτρο της σταθερής γωνιακής ταχύτητας με την οποία περιστρέφεται το καρούλι.

Έστω Β το ανώτερο σημείο ενός από τους δύο δίσκους που φαίνεται στο σχήμα. Το μέτρο υ_B της ταχύτητας του σημείου Β υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\upsilon_B = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho(B)} \text{ ή } \upsilon_B = \upsilon_{cm} + \omega 2R, \text{ ή λόγω της σχέσης (1):}$$

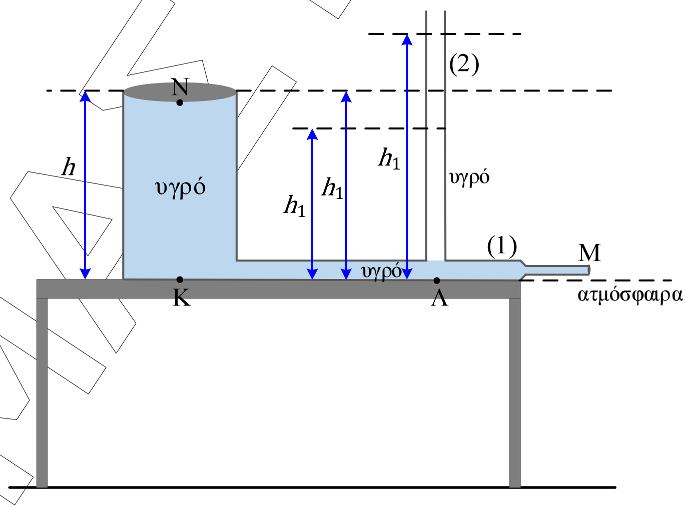
$$\upsilon_B = \upsilon_{cm} + 2\upsilon_{cm} \text{ ή } \upsilon_B = 3\upsilon_{cm}.$$

Β2. Α. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Έστω το σημείο Κ που βρίσκεται στον πυθμένα του δοχείου. Επειδή το υγρό ισορροπεί η πίεση p_K στο σημείο Κ υπολογίζεται από τον τύπο:

$$p_K = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{w}{A} + p_{\upsilon\delta\rho} \text{ ή } p_K = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{w}{A} + \rho g h \ \ (1).$$

Έστω το σημείο Λ που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Η πίεση p_Λ στο σημείο Λ υπολογίζεται από τον τύπο:

$$p_\Lambda = p_{\alpha\tau\mu} + p_{\upsilon\delta\rho} \text{ ή } p_\Lambda = p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h_1 \ \ (2).$$

Επειδή τα σημεία Κ και Λ βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και το υγρό ισορροπεί, ισχύει:

$p_K = p_\Lambda$, ή λόγω των σχέσεων (1) και (2):

$$p_{ατμ} + \frac{w}{A} + \rho g h = p_{ατμ} + \rho g h_1 \text{ ή } h_1 = \frac{w}{\rho g A} + h.$$

B. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Έστω υ_M το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εξέρχεται το υγρό από το στόμιο του οριζόντιου σωλήνα. Από την εξίσωση του Bernoulli μεταξύ ενός σημείου Ν που βρίσκεται στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο δοχείο και ενός σημείου Μ που βρίσκεται στο στόμιο του οριζόντιου σωλήνα, έχουμε:

$$p_N + \frac{1}{2}\rho\upsilon_N^2 + \rho g h = p_M + \frac{1}{2}\rho\upsilon_M^2 \text{ ή } p_{ατμ} + 0 + \rho g h = p_{ατμ} + \frac{1}{2}\upsilon_M^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon_M = \sqrt{2gh} \text{ (3).}$$

Έστω υ_Λ το μέτρο της ταχύτητας με την οποία ρέει το νερό στο φαρδύ τμήμα του οριζόντιου σωλήνα (1). Από την εξίσωση της συνέχειας, έχουμε:

$$\Pi_1 = \Pi_2 \text{ ή } A_1\upsilon_\Lambda = A_2\upsilon_M \text{ ή } \upsilon_\Lambda = \frac{\upsilon_M}{2}, \text{ ή λόγω της σχέσης (3) } \upsilon_\Lambda = \frac{\sqrt{2gh}}{2} \text{ (4).}$$

Από την εξίσωση του Bernoulli ανάμεσα στο σημείο Λ και στο σημείο Μ που βρίσκεται στο στόμιο του οριζόντιου σωλήνα (2), έχουμε:

$$p_\Lambda + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Lambda^2 = p_M + \frac{1}{2}\rho\upsilon_M^2 \text{ ή } p_\Lambda = p_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_M^2 - \upsilon_\Lambda^2\right),$$

ή λόγω των σχέσεων (3) και (4): $p_\Lambda = p_{ατμ} + \frac{3}{4}\rho g h$ (5).

Επειδή το υγρό στο κατακόρυφο σωληνάκι (2) ισορροπεί, ισχύει:

$$p_\Lambda = p_{ατμ} + \rho g h_1' \text{ (6).}$$

Από τις σχέσεις (5) και (6) προκύπτει ότι: $h_1' = \frac{3}{4}h$.

Β3. Σωστή απάντηση είναι η β.

Έστω I_1 το πλάτος της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο (1). Ισχύει:

$$I_1 = \frac{E_{επ(\max)}^{(1)}}{R_{ολ}} \text{ ή } I_1 = \frac{N\omega_1 BA}{R + R_1} \text{ ή } I_1 = \frac{N\omega_1 BA}{4R} \text{ (1).}$$

Έστω I_2 το πλάτος της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο (2). Ισχύει:

$$I_2 = \frac{E^{(2)}_{\varepsilon\pi(\max)}}{R'_{o\lambda}} \text{ ή } I_2 = \frac{N\omega_2 BA}{2R + R_2} \text{ ή } I_2 = \frac{N\omega_2 BA}{4R} \text{ (2).}$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) με διαίρεση κατά μέλη προκύπτει:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \text{ ή } \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{2} \text{ (3).}$$

Έστω T_1 η περίοδος περιστροφής του πλαισίου (1) και T_2 η περίοδος περιστροφής του πλαισίου (2). Ισχύει: $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$ (4) και $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}$ (5).

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (4) και (5) προκύπτει: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ ή $\frac{T_1}{T_2} = 2$ (6).

Το ποσό θερμότητας Q_1 που εκλύεται από τον αντιστάτη R_1 σε χρόνο $\Delta t_1 = T_1$ που διαρκεί μια πλήρης περιστροφή του πλαισίου (1), υπολογίζεται από τον τύπο:

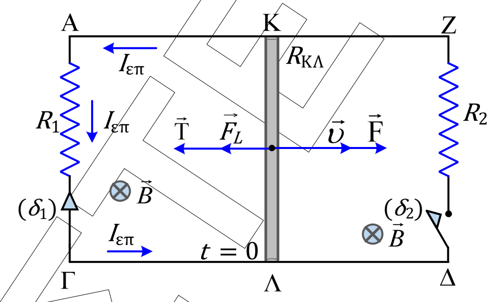
$$Q_1 = I^2_{\varepsilon\nu(1)} R_1 T_1 \text{ ή } Q_1 = \frac{I_1^2 R_1 T_1}{2} \text{ (7).}$$

Το ποσό θερμότητας Q_2 που εκλύεται από τον αντιστάτη R_2 σε χρόνο $\Delta t_2 = T_2$ που διαρκεί μια πλήρης περιστροφή του πλαισίου (2), υπολογίζεται από τον τύπο:

$Q_2 = I^2_{\varepsilon\nu(2)} R_2 T_2$ ή $Q_2 = \frac{I_2^2 R_2 T_2}{2}$ (8), με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (7) και (8) προκύπτει: $\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 \cdot \frac{R_1}{R_2}\frac{T_1}{T_2}$, ή λόγω των σχέσεων (3) και (6): $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{3}{4}$ ή $Q_1 = \frac{3}{4} Q_2$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Οι δυνάμεις που δέχεται ο αγωγός ΚΛ από τη χρονική στιγμή $t=0$, αμέσως μετά που ξεκινά να κινείται, έως τη χρονική στιγμή t_1 είναι η δύναμη $\vec{F}$, η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ και η δύναμη Laplace $\vec{F}_L$. Επειδή η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του κλειστού κυκλώματος ΑΚΛΓΑ αυξάνεται η δύναμη Laplace $\vec{F}_L$, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, αντιστέκεται στην κίνηση του αγωγού ΚΛ προς τα δεξιά (που είναι η αιτία αύξησης της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του κλειστού κυκλώματος ΑΚΛΓΑ). Η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο κλειστό κύκλωμα ΑΚΛΓΑ, υπολογίζεται από τον τύπο:



$$E_{επ}=\frac{|\mathrm{d}\Phi|}{\mathrm{d}t} \text{ ή } E_{επ}=\frac{B\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} \text{ ή } E_{επ}=\frac{B\mathrm{d}x\ell}{\mathrm{d}t} \text{ ή } E_{επ}=B\upsilon\ell \quad (1).$$

Το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το κλειστό κύκλωμα ΑΚΛΓΑ δίνεται από τη σχέση:

$I_{επ}=\dfrac{E_{επ}}{R_1+R_{ΚΛ}}$, ή λόγω της σχέσης (1): $I_{επ}=\dfrac{B\upsilon\ell}{R_1+R_{ΚΛ}}$ (2). Το μέτρο της δύναμης Laplace $\vec{F}_L$ που δέχεται ο αγωγός ΚΛ υπολογίζεται από τον τύπο:

$F_L=BI_{επ}\ell$, ή λόγω της σχέσης (2): $F_L=\dfrac{B^2\ell^2}{R_1+R_{ΚΛ}}\upsilon$ (3). Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$ που δέχεται ο αγωγός ΚΛ κατά τη διάρκεια της κίνησης του δίνεται από τη σχέση: $\Sigma F = F - T - F_L$, ή λόγω της σχέσης (3): $\Sigma F = F - T - \dfrac{B^2\ell^2}{R_1 + R_{K\Lambda}}\upsilon$ (4).

Ο αγωγός ΚΛ θα αποκτήσει οριακή ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{o\rho(1)}$, όταν γίνει $\Sigma F = 0$.

Από τη σχέση (4), προκύπτει:

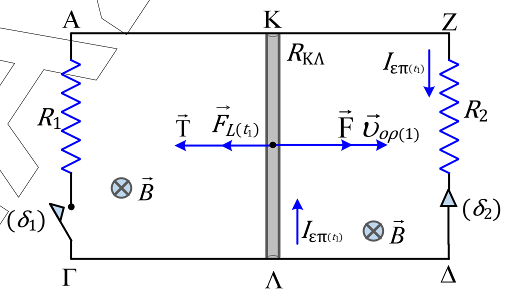
$$0 = F - T - \frac{B^2\ell^2\upsilon_{o\rho(1)}}{R_1 + R_{K\Lambda}} \text{ ή } \upsilon_{o\rho(1)} = \frac{(F-T)(R_1 + R_{K\Lambda})}{B^2\ell^2} \text{ ή } \upsilon_{o\rho(1)} = 4\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Γ2. Τη χρονική στιγμή t, ισχύει: $P_{R_{K\Lambda}} = I_{\varepsilon\pi}^2 R_{K\Lambda}$ ή $I_{\varepsilon\pi} = 1\,\text{A}$. Έστω υ το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή t. Ισχύει: $I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{B\upsilon\ell}{R_{K\Lambda} + R_1}$ ή $\upsilon = 1\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

Συνεπώς, ο ζητούμενος ρυθμός υπολογίζεται από τον τύπο: $\dfrac{\text{d}Q_T}{\text{d}t} = \dfrac{\text{d}|W_T|}{\text{d}t}$ ή

$$\frac{\text{d}Q_T}{\text{d}t} = \frac{T\text{d}x}{\text{d}t} \text{ ή } \frac{\text{d}Q_T}{\text{d}t} = T\upsilon \text{ ή } \frac{\text{d}Q_T}{\text{d}t} = 1\frac{\text{J}}{\text{s}}.$$

Γ3. Τη χρονική στιγμή t_1, αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη (δ_2), η δύναμη Laplace $F_{L(t_1)}$ που δέχεται ο αγωγός ΚΛ συνεχίζει να αντιστέκεται, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, στην κίνηση του.



Το επαγωγικό ρεύμα $I_{\varepsilon\pi(t_1)}$ που διαρρέει το κλειστό κύκλωμα ΚΖΔΛΚ τη χρονική στιγμή t_1, αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη (δ_2), δίνεται από τη σχέση:

$$I_{\varepsilon\pi(t_1)} = \frac{E_{\varepsilon\pi(t_1)}}{R_{K\Lambda} + R_2} \text{ ή } I_{\varepsilon\pi(t_1)} = \frac{B\upsilon_{o\rho(1)}\ell}{R_{K\Lambda} + R_2} \text{ (5).}$$

Το μέτρο της δύναμης Laplace $\vec{F}_{L(t_1)}$ που δέχεται ο αγωγός ΚΛ τη χρονική στιγμή t_1, αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη (δ_2) υπολογίζεται από τον τύπο:

$F_{L(t_1)} = BI_{επ(t_1)}\ell$, ή λόγω της σχέσης (5): $F_{L(t_1)} = \dfrac{B^2\ell^2}{R_{ΚΛ}+R_2}\upsilon_{ορ(1)}$ ή $F_{L(t_1)} = 8\,\mathrm{N}$.

Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής $\left|\dfrac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}\right|$ της ταχύτητας του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή t_1, αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη (δ_2), είναι ίσο με το μέτρο α της επιτάχυνσης του την ίδια χρονική στιγμή. Συνεπώς, ισχύει:

$\Sigma F = m\alpha$ ή $F_{L(t_1)} + T - F = m\alpha$ ή $\left|\dfrac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}\right| = \dfrac{F_{L(t_1)}+T-F}{m}$ ή $\left|\dfrac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}\right| = 4\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Γ4. Αφού τη χρονική στιγμή t_1 αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη (δ_2), είναι: $F_{L(t_1)} + T > F$, ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να επιβραδύνεται. Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που δέχεται ο αγωγός ΚΛ από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 δίνεται από τη σχέση: $\Sigma F = F_L + T - F$ ή $\Sigma F = \dfrac{B^2\ell^2\upsilon}{R_{ΚΛ}+R_2} + T - F$ (6).

Από τη σχέση (6) προκύπτει ότι καθώς η ταχύτητα του αγωγού ΚΛ μειώνεται το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που δέχεται μειώνεται. Από τη σχέση $\alpha = \dfrac{\Sigma F}{m}$ προκύπτει ότι το μέτρο της επιτάχυνσης (επιβράδυνσης) του αγωγού μειώνεται συνεχώς και τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία αποκτά την νέα οριακή του ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{ορ(2)}$ γίνεται ίση με το μηδέν (αφού τη χρονική στιγμή t_2 ισχύει ότι $\Sigma\vec{F} = 0$). Συνεπώς, η κίνηση του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 είναι επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση που μειώνεται κατά μέτρο. Το μέτρο της οριακής ταχύτητας $\vec{\upsilon}_{ορ(2)}$ που αποκτά ο αγωγός ΚΛ προκύπτει, αν στη σχέση (6) θέσουμε $\Sigma F = 0$. Συνεπώς, είναι:

$\dfrac{B^2\ell^2}{R_{ΚΛ}+R_2}\upsilon_{ορ(2)} + T - F = 0$ ή $\upsilon_{ορ(2)} = \dfrac{(F-T)(R_{ΚΛ}+R_2)}{B^2\ell^2}$ ή $\upsilon_{ορ(2)} = 2\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Γ5. Έστω $Q_{R_{ολ(1)}}$ η θερμότητα Joule που εκλύεται από τους αντιστάτες του κυκλώματος και $Q_{T(1)}$ η θερμότητα που εκλύεται λόγω της τριβής ολίσθησης που δέχεται ο αγωγός ΚΛ, από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 ελάχιστα πριν ανοίξουμε το διακόπτη (δ_1). Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$E_{αρχ}+E_{προσφ}=E_{τελ}+Q_{ολ} \text{ ή } W_F=\frac{1}{2}m\upsilon^2_{ορ(1)}+Q_{R_{ολ(1)}}+Q_{T(1)} \text{ ή}$$

$$Fs_1=\frac{1}{2}m\upsilon^2_{ορ(1)}+Q_{R_{ολ(1)}}+Ts_1 \text{ ή } Q_{R_{ολ(1)}}=(F-T)s_1-\frac{1}{2}m\upsilon^2_{ορ(1)} \text{ ή}$$

$$Q_{R_{ολ(1)}}=4\,\mathrm{J}.$$

Έστω $q_{επ(1)}$ το επαγωγικό φορτίο που πέρασε από μία διατομή του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 ελάχιστα πριν ανοίξουμε το διακόπτη (δ_1). Ισχύει: $q_{επ(1)}=\frac{|\Delta\Phi_1|}{R_{ΚΛ}+R_1}$ ή $q_{επ(1)}=\frac{B\ell s_1}{R_{ΚΛ}+R_1}$ ή $q_{επ(1)}=3\,\mathrm{C}$.

Έστω $q_{επ(2)}$ το επαγωγικό φορτίο που πέρασε από μία διατομή του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή t_1 αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη (δ_2) έως τη χρονική στιγμή t_2. Ισχύει: $q_{επ}=q_{επ(1)}+q_{επ(2)}$ ή $q_{επ(2)}=8\,\mathrm{C}$.

Έστω s_2 το διάστημα που διανύει ο αγωγός ΚΛ από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2. Ισχύει: $q_{επ(2)}=\frac{|\Delta\Phi_2|}{R_{ΚΛ}+R_2}$ ή $q_{επ(2)}=\frac{B\ell s_2}{R_{ΚΛ}+R_2}$ ή $s_2=4\,\mathrm{m}$.

Έστω $Q_{R_{ολ(2)}}$ και $Q_{T(2)}$ η θερμότητα Joule που εκλύεται από τους αντιστάτες του κυκλώματος και η θερμότητα που εκλύεται λόγω της τριβής ολίσθησης που δέχεται ο αγωγός ΚΛ αντίστοιχα, από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας, έχουμε:

$$E_{αρχ}+E_{προσφ}=E_{τελ}+Q_{ολ} \text{ ή } \frac{1}{2}m\upsilon^2_{ορ(1)}+W_F=\frac{1}{2}m\upsilon^2_{ορ(2)}+Q_{R_{ολ(2)}}+Q_{T(2)} \text{ ή}$$

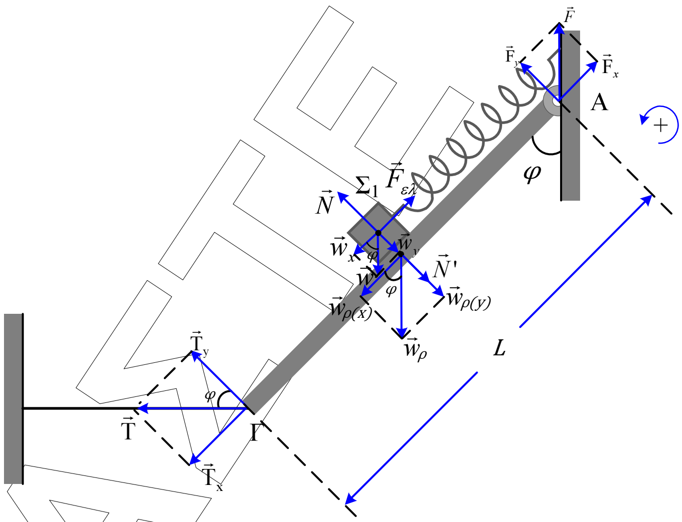
$$\frac{1}{2}m\upsilon^2_{ορ(1)}+Fs_2=\frac{1}{2}m\upsilon^2_{ορ(2)}+Q_{R_{ολ(2)}}+Ts_2 \text{ ή}$$

$$Q_{R_{ολ(2)}}=\frac{1}{2}m\left[\upsilon^2_{ορ(1)}-\upsilon^2_{ορ(2)}\right]+(F-T)s_2 \text{ ή } Q_{R_{ολ(2)}}=22\,\mathrm{J}.$$

Συνεπώς, είναι: $Q_{R_{ολ}} = Q_{R_{ολ(1)}} + Q_{R_{ολ(2)}}$ ή $Q_{R_{ολ}} = 26\,\mathrm{J}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Οι δυνάμεις που δέχεται το σώμα $Σ_1$ είναι το βάρος του $\vec{w}_1$, η δύναμη από το ελατήριο $\vec{F}_{ελ}$ και η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ από την ράβδο. Οι δυνάμεις που δέχεται η ράβδος είναι η τάση $\vec{T}$ από το νήμα, το βάρος της $\vec{w}_ρ$, η δύναμη $\vec{N}'$ από το σώμα $Σ_1$ και η δύναμη $\vec{F}$ από την άρθρωση. Ισχύει: $N' = N$.



Αφού το σώμα $Σ_1$ ισορροπεί, ισχύει:

$ΣF_y = 0$ ή $N = w_{1y}$ ή $N = m_1 g ημφ$ ή $N = 10\sqrt{3}\,\mathrm{N}$. Συνεπώς, είναι: $N' = 10\sqrt{3}\,\mathrm{N}$.

Επειδή η ράβδος ισορροπεί ισχύει:

$$Στ_{(A)} = 0 \text{ ή } N'\frac{L}{2} + w_{ρ(y)}\frac{L}{2} - T_y L = 0 \text{ ή } \frac{N'}{2} + \frac{M_ρ g ημφ}{2} = Tσυνφ \text{ ή } T = 20\sqrt{3}\,\mathrm{N}.$$

Επειδή η ράβδος ισορροπεί, ισχύει ακόμα: $Σ\vec{F}_x = \vec{0}$ (1) και $Σ\vec{F}_y = \vec{0}$ (2).

Από τη σχέση (1) προκύπτει:

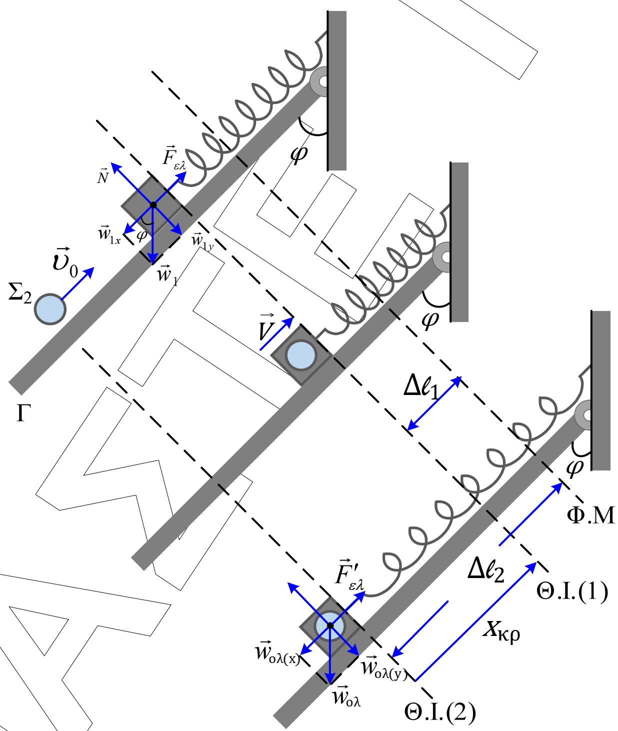
$F_x - T_x - w_{\rho(x)} = 0$ ή $F_x = T_x + w_{\rho(x)}$ ή $F_x = T\eta\mu\varphi + M_\rho g\sigma\upsilon\nu\varphi$ ή $F_x = 40\,\text{N}$.

Από τη σχέση (2) προκύπτει:

$F_y + T_y - N' - w_{\rho(y)} = 0$ ή $F_y = N' + M_\rho g\eta\mu\varphi - T\sigma\upsilon\nu\varphi$ ή $F_y = 10\sqrt{3}\,\text{N}$.

Το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση υπολογίζεται από τον τύπο: $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ ή $F = \sqrt{1900}\,\text{N}$.

Δ2. **i)** Έστω $\vec{V}$ η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.



Από την Α.Δ.Ο κατά την κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \text{ ή } m_2\upsilon_0 = (m_1 + m_2)V \text{ ή } V = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Έστω $\Delta\ell_1$ η επιμήκυνση του ελατηρίου στη Θ.Ι.(1) του σώματος Σ_1. Ισχύει:

$\Sigma\vec{F}_x = \vec{0}$ ή $w_{1x} = F_{\varepsilon\lambda}$ ή $m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi = k\Delta\ell_1$ ή $\Delta\ell_1 = 0{,}1\,\text{m}$.

Έστω $\Delta\ell_2$ η επιμήκυνση του ελατηρίου στη Θ.Ι.(2) του συσσωματώματος. Ισχύει:

$\Sigma\vec{F}_x = \vec{0}$ ή $w_{o\lambda(x)} = F'_{\varepsilon\lambda}$ ή $(m_1+m_2)g\sigma\upsilon\nu\varphi = k\Delta\ell_2$ ή $\Delta\ell_2 = 0{,}2\,\text{m}$.

Η απομάκρυνση $x_{\kappa\rho}$ του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή $t=0$ αμέσως μετά την κρούση είναι ίση με: $x_{\kappa\rho} = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_1$ ή $x_{\kappa\rho} = 0{,}1\,\text{m}$.

Έστω A το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση που εκτελεί το συσσωμάτωμα έχουμε:

$E = K + U$ ή $\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 + \frac{1}{2}Dx_{\kappa\rho}^{\ 2}$ ή $kA^2 = (m_1+m_2)V^2 + kx_{\kappa\rho}^{\ 2}$ ή $A = 0{,}2\,\text{m}$.

ii) Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από τη Θ.Ι. (2) δίνεται από τη σχέση: $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ (3). Τη χρονική στιγμή $t=0$ είναι $x = +0{,}1\,\text{m}$ και $\upsilon > 0$. Από τη σχέση (3) για $t=0$ και $x = +0{,}1\,\text{m}$ προκύπτει:

$\eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2}$ ή $\eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{6}$ (4).

Επειδή ισχύει: $0 \le \varphi < 2\pi\,\text{rad}$, οι λύσεις της εξίσωσης (4), είναι:

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{6}\text{rad} \text{ ή } \varphi_0 = \frac{5\pi}{6}\text{rad}.$$

Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι η:

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \text{ (5).}$$

Από τη σχέση (5) για $t=0$ και $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}\text{rad}$ προκύπτει: $\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} > 0$, ενώ από την ίδια σχέση, για $t=0$ και $\varphi_0 = \frac{5\pi}{6}\text{rad}$ προκύπτει: $\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{6} < 0$.

Αφού για $t=0$ είναι $\upsilon > 0$, δεκτή λύση είναι η $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}\text{rad}$. Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης του συσσωματώματος υπολογίζεται από τον τύπο:

$D = (m_1+m_2)\omega^2$ ή $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}}$ ή $\omega = 5\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Συνεπώς, είναι: $x = 0{,}2\etaμ\left(5t + \frac{\pi}{6}\right)$ (S.I.)

Δ3. Αφού $A = \Delta\ell_2$ το ελατήριο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος δεν μπορεί να συσπειρωθεί. Έστω $\Delta\ell$ η επιμήκυνση του ελατηρίου τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι ίση με $U_{ελ} = 4{,}5\,\text{J}$.

Ισχύει: $U_{ελ} = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2$ ή $\Delta\ell = 0{,}3\,\text{m}$. Αφού είναι $\Delta\ell > \Delta\ell_2$, το συσσωμάτωμα τη χρονική στιγμή t_1 βρίσκεται σε μία θέση κάτω από τη θέση ισορροπίας του με απομάκρυνση $x_1\left(x_1 < 0\right)$ για την οποία ισχύει: $\left|x_1\right| = \Delta\ell - \Delta\ell_2$ ή $\left|x_1\right| = 0{,}1\,\text{m}$ ή $x_1 = -0{,}1\,\text{m}$.

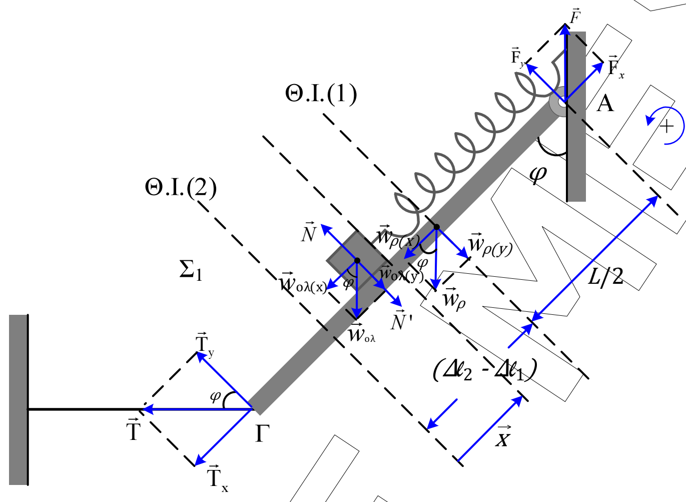
Τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το συσσωμάτωμα διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση με απομάκρυνση x_1 έχει ταχύτητα υ_1, για την οποία ισχύει: $\upsilon_1 < 0$. Από την Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση του συσσωματώματος έχουμε:

$$E = K + U \text{ ή } \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}\left(m_1 + m_2\right)\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \text{ ή } \upsilon_1 = -\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}\left(A^2 - x_1^2\right)} \text{ ή}$$

$$\upsilon_1 = -0{,}5\sqrt{3}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τον τύπο: $\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt}$ ή $\frac{dK}{dt} = \frac{\Sigma F dx}{dt}$ ή $\frac{dK}{dt} = \Sigma F\upsilon$ ή $\frac{dK}{dt} = -Dx_1\upsilon_1$ ή $\frac{dK}{dt} = -5\sqrt{3}\,\frac{\text{J}}{\text{s}}$.

Δ4. Έστω η τυχαία θέση του συσσωματώματος με απομάκρυνση $x(x>0)$ από τη θέση ισορροπίας του (Θ.Ι. (2)) που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Επειδή η ράβδος ΑΓ εξακολουθεί να ισορροπεί, ισχύει:

$$\Sigma\tau_{(A)}=0 \text{ ή } -T_y L+N'\left[\frac{L}{2}+\Delta\ell_2-\Delta\ell_1-x\right]+w_{\rho(y)}\frac{L}{2}=0 \text{ ή}$$

$$T\text{συν}\varphi L=(m_1+m_2)g\text{ημ}\varphi\left[\frac{L}{2}+\Delta\ell_2-\Delta\ell_1-x\right]+M_\rho g\text{ημ}\varphi\frac{L}{2} \text{ ή}$$

$$T=34\sqrt{3}-40\sqrt{3}x \text{ (S.I.) (6)}$$