



2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**  
**Β' Γενικού Λυκείου**  
**Θετικών Σπουδών**

Μ. Τετάρτη 28 Απριλίου 2021 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

**ΘΕΜΑΤΑ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A.** Να αποδείξετε ότι κάθε κύκλος έχει εξίσωση της μορφής  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ , με  $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$  **(μόρια 7)**
- B.** **i)** Έστω ευθεία  $(\varepsilon)$  με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  και  $M_0(x_0, y_0)$  ένα σημείο εκτός αυτής. Γράψτε τη σχέση που δίνει την απόσταση του  $M_0$  από την ευθεία  $(\varepsilon)$ . **(μόρια 4)**
- ii)** Έστω  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  και  $\Gamma(x_3, y_3)$ , τρία σημεία του καρτεσιανού επιπέδου. Γράψτε τη σχέση που δίνει το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ . **(μόρια 4)**
- Γ.** Να γράψετε τη σωστή απάντηση σε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις.
- i)** Η εξίσωση της ευθείας  $(\varepsilon)$  η οποία διέρχεται από το σημείο  $A(-2, 3)$  και είναι κάθετη στον άξονα  $yy'$  είναι η:
- A.  $x = -2$       B.  $x = 2$       Γ.  $y = 3$       Δ.  $y = -3$   
E. καμία από τις παραπάνω.
- ii)** Η γωνία  $\omega$  που σχηματίζει η ευθεία  $AB$  με  $A(1, 1)$  και  $B(3, 3)$  με τον άξονα  $xx'$  είναι η:
- A.  $\omega = \pi/2$       B.  $\omega = \pi/6$       Γ.  $\omega = \pi/4$       Δ.  $\omega = \pi$   
E. καμία από τις παραπάνω.
- iii)** Η ευθεία  $\varepsilon: 2x - y + 4 = 0$  είναι παράλληλη με το διάνυσμα:
- A.  $\vec{\delta} = (1, 4)$       B.  $\vec{\delta} = (2, -1)$       Γ.  $\vec{\delta} = (2, 1)$       Δ.  $\vec{\delta} = (1, 2)$   
E. κανένα από τα παραπάνω



2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

iv) Ο κύκλος  $C: x^2 + y^2 - 2x + 3y - 1 = 0$  έχει ακτίνα ίση με:

A.  $\frac{3}{2}$       B.  $\frac{2}{3}$       Γ.  $\frac{4}{3}$       Δ.  $\sqrt{17}$

E. καμία από τις παραπάνω

v) Η απόσταση του σημείου  $M(-1, 2)$  από την ευθεία  $\varepsilon: x - 3y + 1 = 0$  είναι ίση με:

A.  $\frac{3\sqrt{10}}{5}$       B.  $\frac{3}{5}$       Γ. 3      Δ.  $\frac{1}{3}$

E. καμία από τις παραπάνω

(10 μόρια)

**ΘΕΜΑ Β**

Έστω ( $\varepsilon$ ) η ευθεία που περνάει από το σημείο  $K(1, -2)$  και τέμνει τους άξονες  $xx'$  και  $yy'$  στα σημεία  $A$  και  $B$  αντίστοιχα, ώστε το  $K$  να είναι μέσο του  $AB$ .

α) Βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $AB$ .

(μόρια 6)

β) Ευθεία ( $n$ ) που διέρχεται από την αρχή των αξόνων είναι παράλληλη στην  $AB$ .

i) Να βρείτε την ευθεία ( $n$ )

(μόρια 3)

ii) Βρείτε σημείο  $\Gamma$  της παραπάνω ευθείας ( $n$ ), έτσι ώστε το τρίγωνο  $AB\Gamma$  να είναι ισοσκελές

(μόρια 6)

γ) Βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$  αν  $\Gamma\left(-\frac{3}{5}, -\frac{6}{5}\right)$

(μόρια 6)

δ) Ποια είναι η προβολή της αρχής των αξόνων πάνω στην ευθεία  $AB$ ;

(μόρια 4)



## 2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 2\lambda x + 2(\lambda + 2)y + 2(\lambda + 1)^2 = 0, \lambda \in \mathbb{R}$  (1)

1) Ναδειχτεί ότι η (1) παριστάνει κύκλο για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ , του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

(μόρια 5)

2) Αν τα κέντρα των παραπάνω κύκλων βρίσκονται στην ευθεία  $x + y + 2 = 0$ :

α) να δείξετε ότι οι κύκλοι που παριστάνει η (1) εφάπτονται σε 2 σταθερές ευθείες παράλληλες στην (ε).

(μόρια 6)

β) Αν  $\lambda = -1$ ,

i) βρείτε την εφαπτόμενη του κύκλου στο  $A(0, -2)$

(μόρια 6)

ii) αν οι σταθερές ευθείες εφάπτονται στο κύκλο στα σημεία  $M$  και  $N$  βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου  $MAN$

(μόρια 4)

iii) να κάνετε μια γραφική παράσταση της άσκησης

(μόρια 4)

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται τα σημεία  $K(\eta\mu\alpha, \sigma\upsilon\alpha)$  και  $L(-\eta\mu\alpha, -\sigma\upsilon\alpha), \alpha \in \mathbb{R}$

1) Ναδειχτεί ότι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων  $M(x, y)$ , για τα οποία ισχύει  $(MK) = \sqrt{2}(ML)$  είναι κύκλος. Βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του.

(μόρια 5+1)

2) Ποιος ο γεωμετρικός τύπος του κέντρου του παραπάνω κύκλου;

(μόρια 3)

3) Από το σημείο  $P(0, 6)$  ξεκινούν δυο εφαπτόμενες  $n_1, n_2$  προς τον κύκλο  $c: x^2 + y^2 = 9$ .

α) βρείτε τις ευθείες  $n_1$  και  $n_2$ .

(μόρια 6)

β) ποια γωνία σχηματίζουν μεταξύ τους;

(μόρια 4)



2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

---

- 4) Υπάρχουν κύκλοι του ερωτήματος ι) που να εφάπτονται ταυτόχρονα στους άξονες xx' και yy';

(μόρια 6)

ΕΙΝΑΣΤΕ ΜΕΣΑ