



2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΑΛΓΕΒΡΑ (ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1)

Β' Γενικού Λυκείου

Γενικής Παιδείας

Μ. Δευτέρα 26 Απριλίου 2021 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

(Μονάδες 8)

A2. Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται περιοδική στο A ;

(Μονάδες 7)

A3. Σε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις, να γράψετε στη κόλλα σας τον αριθμό που αντιστοιχεί και δίπλα το γράμμα (Σ) αν θεωρείτε την πρόταση σωστή, ή το γράμμα (Λ) αν θεωρείτε ότι η πρόταση είναι λανθασμένη.

i. Για κάθε γωνία α ισχύει $\sin 2\alpha = \eta\mu^2 \alpha - \sigma\upsilon\nu^2 \alpha$.

ii. Για κάθε γωνία α ισχύει: $\eta\mu x = 2\eta\mu \frac{x}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{x}{2}$.

iii. Η συνάρτηση $f(x) = -2\sigma\upsilon\nu(3x) + 4$ έχει ελάχιστη τιμή το 2.

iv. Το μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν.

v. Η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$ είναι γνησίως αύξουσα στο $[0, \pi]$.

(Μονάδες 10)



2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΘΕΜΑ Β

Αν $\eta\mu\alpha = \frac{12}{13}$ και $\sigma\upsilon\nu\beta = \frac{3}{5}$ με $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ και $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ τότε να υπολογίσετε:

- B1.** Το συνημίτονο της γωνίας α και το ημίτονο της γωνίας β . (Μονάδες 5)
- B2.** Το ημίτονο της γωνίας $\alpha + \beta$. (Μονάδες 6)
- B3.** Το συνημίτονο της γωνίας $\alpha - \beta$. (Μονάδες 6)
- B4.** Την εφαπτομένης της γωνίας $\alpha + 2\beta$. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{1}{2}x\right) + \beta$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από τα σημεία $A(\pi, 4)$ και $B(-2\pi, 6)$ τότε:

- Γ1.** Να δείξετε ότι $\alpha = -2$ και $\beta = 4$. (Μονάδες 7)
- Γ2.** **i.** Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f .
ii. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της f σε διάστημα $[0, 10\pi]$. (Μονάδες 4+4)
- Γ3.** Να υπολογίσετε τη τιμή της συνάρτησης f για $x = \frac{80\pi}{3}$. (Μονάδες 5)



2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

Γ4. Να λυθεί η εξίσωση $f(x)=5$.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^3+\beta x^2+\gamma x+\delta$, όπου $\beta,\gamma,\delta\in\mathbb{R}$ για το οποίο ισχύουν τα παρακάτω:

- Το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-1$.
- Η αριθμητική τιμή του πολυωνύμου $P(x)$ για $x=3$ είναι ίση με 2.
- Τα υπόλοιπα των διαιρέσεων $P(x):(x-2)$ και $P(x):(x+2)$ είναι ίσα.

Δ1. Να αποδείξετε ότι: $P(x)=x^3-2x^2-4x+5$.

(Μονάδες 7)

Δ2. Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της πολυωνυμικής συνάρτησης $y=P(x)$ και της ευθείας $y=x-1$.

(Μονάδες 6)

Δ3. Αν $\pi(x)$ και $\upsilon(x)$ είναι αντίστοιχα το ηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $Q(x)=(x^2-3x+2)$ να λυθεί η ανίσωση:

$$\frac{2x}{\upsilon(x)} < \frac{1}{\pi(x)}$$

(Μονάδες 6)

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση: $\sqrt{\frac{P(x)+3x-3}{Q(x)}}=1-x$

(Μονάδες 6)

Εύχομαι επιτυχία !



2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΑΛΓΕΒΡΑ (ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2)

Β' Γενικού Λυκείου

Γενικής Παιδείας

Μ. Δευτέρα 26 Απριλίου 2021 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

(Μονάδες 8)

A2. Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται περιοδική στο A ;

(Μονάδες 7)

A3. Σε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις, να γράψετε στη κόλλα σας τον αριθμό που αντιστοιχεί και δίπλα το γράμμα (Σ) αν θεωρείτε την πρόταση σωστή, ή το γράμμα (Λ) αν θεωρείτε ότι η πρόταση είναι λανθασμένη.

i. Για κάθε γωνία α ισχύει: $\sin 2\alpha = \eta\mu^2 \alpha - \sigma\upsilon\nu^2 \alpha$.

ii. Για κάθε γωνία α ισχύει: $\eta\mu x = 2\eta\mu \frac{x}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{x}{2}$.

iii. Η συνάρτηση $f(x) = -2\sigma\upsilon\nu(3x) + 4$ έχει ελάχιστη τιμή το 2.

iv. Το μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν.

v. Η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$ είναι γνησίως αύξουσα στο $[0, \pi]$.

(Μονάδες 10)



2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΘΕΜΑ Β

Αν $\eta\mu\alpha = \frac{12}{13}$ και $\sigma\upsilon\nu\beta = \frac{3}{5}$ με $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ και $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ τότε να υπολογίσετε:

B1. Το συνημίτονο της γωνίας α και το ημίτονο της γωνίας β .

(Μονάδες 5)

Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = \sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \sqrt{\eta\mu x}$

B2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

(Μονάδες 5)

B3. Να μελετήσετε τη μονοτονία της f , στο διάστημα $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

(Μονάδες 6)

B4. Να δείξετε ότι για κάθε $x \in [0, \pi]$ ισχύει $0 \leq f(x) \leq \sqrt{2} + 1$. Αρκεί αυτή η ανισότητα, για να πούμε με βεβαιότητα ότι $f_{\min} = 0$ και $f_{\max} = \sqrt{2} + 1$; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{1}{2}x\right) + \beta$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από τα σημεία $A(\pi, 4)$ και $B(-2\pi, 6)$ τότε:

Γ1. Να δείξετε ότι $\alpha = -2$ και $\beta = 4$.

(Μονάδες 7)



2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

- Γ2.** i. Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f .
ii. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της f σε διάστημα $[0, 10\pi]$.
(Μονάδες 4+4)
- Γ3.** Να υπολογίσετε τη τιμή της συνάρτησης f για $x = \frac{80\pi}{3}$.
(Μονάδες 5)
- Γ4.** Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 5$.
(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$, όπου $\beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ για το οποίο ισχύουν τα παρακάτω:

- Το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - 1$.
- Η αριθμητική τιμή του πολυωνύμου $P(x)$ για $x = 3$ είναι ίση με 2.
- Τα υπόλοιπα των διαιρέσεων $P(x) : (x - 2)$ και $P(x) : (x + 2)$ είναι ίσα.

- Δ1.** Να αποδείξετε ότι: $P(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 5$.
(Μονάδες 7)
- Δ2.** Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της πολυωνυμικής συνάρτησης $y = P(x)$ και της ευθείας $y = x - 1$.
(Μονάδες 6)
- Δ3.** Αν $\pi(x)$ και $\upsilon(x)$ είναι αντίστοιχα το ηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $Q(x) = (x^2 - 3x + 2)$ να λυθεί η ανίσωση:

$$\frac{2x}{\upsilon(x)} < \frac{1}{\pi(x)}$$

(Μονάδες 6)



2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση: $\sqrt{\frac{P(x)+3x-3}{Q(x)}} = 1-x$

(Μονάδες 6)

Εύχομαι επιτυχία!

ΕΙΝΑΣΤΕ ΜΕΣΑ