



2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΑΛΓΕΒΡΑ

Α' Γενικού Λυκείου

Μ. Δευτέρα 26 Απριλίου 2021

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός μη αρνητικού αριθμού.
(Μονάδες 5)

A2. Αν $\alpha, \beta \geq 0$ και n θετικός ακέραιος, να αποδείξετε ότι:

$$\sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha \cdot \beta}$$

(Μονάδες 10)

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

i. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β ισχύει ότι:

$$\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \text{ ή } \beta = 0$$

ii. Αν $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, τότε αν $\alpha < \beta$ και $\beta < \gamma$ θα ισχύει και $\alpha < \gamma$.

iii. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β ισχύει ότι:

$$|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$$

iv. Η απόσταση των αριθμών α, β είναι ίση με $|\alpha - \beta|$.

v. Αν η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, με $\alpha \neq 0$, έχει δύο ρίζες αντίστροφες τότε ισχύει: $\alpha = \gamma$.

(Μονάδες 10)



2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΘΕΜΑ Β

B1. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 10x + 21 < 0$

(Μονάδες 10)

B2. Δίνεται η παράσταση: $A = |x - 3| + |x^2 - 10x + 21|$.

i. Για $3 < x < 7$, να δείξετε ότι:

$$A = -x^2 + 11x - 24.$$

(Μονάδες 8)

ii. Να βρείτε τις τιμές του $x \in (3, 7)$, για τις οποίες ισχύει:

$$A = 6$$

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση: $(8 - \lambda)x^2 - 2(\lambda - 2)x + 1 = 0$, (1) με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση (1) να είναι 1^{ου} βαθμού.

(Μονάδες 5)

Γ2. Αν η εξίσωση (1) είναι 2^{ου} βαθμού, να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε αυτή να έχει μία ρίζα διπλή, την οποία και να προσδιορίσετε.

(Μονάδες 10)

Γ3. Να προσδιορίσετε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ (αν υπάρχουν) ώστε το τριώνυμο $(8 - \lambda)x^2 - 2(\lambda - 2)x + 1$, να είναι μη αρνητικό για κάθε πραγματικό αριθμό x .

(Μονάδες 10)



2021 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση: $(\lambda + 2)x^2 + (2\lambda + 3)x + \lambda - 2 = 0$ (1) με παράμετρο $\lambda \neq -2$

- Δ1.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει διακρίνουσα $\Delta = 12\lambda + 25$. (Μονάδες 6)
- Δ2.** Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \neq -2$, ώστε η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες. (Μονάδες 7)
- Δ3.** Να εκφράσετε ως συνάρτηση του λ το άθροισμα των ριζών $S = x_1 + x_2$ και το γινόμενο των ριζών $P = x_1 \cdot x_2$. (Μονάδες 4)
- Δ4.** Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου λ ώστε για τις ρίζες της εξίσωσης (1) να ισχύει:

$$(x_1 + x_2 - 1)^2 + (x_1 \cdot x_2 + 3)^2 = 0.$$

(Μονάδες 8)

Εύχομαι επιτυχία!