ΑΛΓΕΒΡΑ

Α' Γενικού Λυκείου

Μ. Δευτέρα 26 Απριλίου 2021

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σελίδα 69 Σχολικό Βιβλίο

Α2. Σελίδα 71 Σχολικό Βιβλίο

Α3. **i.** Λ

ii. Σ

iii. Λ

iv. Σ

v. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. $x^2-10x+21<0 \Leftrightarrow x\in(3,7)$

Β2. $A=|x-3|+|x^2-10x+21|$

i. $x>3 \Leftrightarrow x-3>0$ επομένως: $|x-3|=x-3$

$x^2-10x+21<0$ επομένως: $|x^2-10x+21|=-(x^2-10x+21)$

$$A=x-3-x^2+10x-21=-x^2+11x-24.$$

ii. $A=6 \Leftrightarrow -x^2+11x-24=6 \Leftrightarrow x^2-11x+30=0 \Leftrightarrow x=5$ ή $x=6$

ΘΕΜΑ Γ

$$(8-\lambda)x^2-2(\lambda-2)x+1=0 \ \textbf{(1)}$$

Γ1. Για να είναι η εξίσωση (1) πρώτου βαθμού πρέπει: $8-\lambda=0 \Leftrightarrow \lambda=8$.

Γ2. Εφόσον η εξίσωση (1) είναι δευτέρου βαθμού επομένως $\lambda\neq 8$.

Για να έχει διπλή ρίζα πρέπει:

$$\Delta=0 \Leftrightarrow 4(\lambda-2)^2-4(8-\lambda)=0 \Leftrightarrow 4\lambda^2-12\lambda-16=0 \Leftrightarrow \lambda^2-3\lambda-4=0$$

$$\Leftrightarrow \lambda=-1 \text{ και } \lambda=4$$

$$\text{Για } \lambda=-1:(1)\Rightarrow x=-\frac{1}{3} \text{(Διπλή ρίζα)}$$

$$\text{Για } \lambda=4:(1)\Rightarrow x=+\frac{1}{2} \text{(Διπλή ρίζα)}$$

Γ3. Για να είναι το τριώνυμο μη αρνητικό πρέπει:

$$(8-\lambda)x^2-2(\lambda-2)x+1\geq 0 \Leftrightarrow \lambda^2-3\lambda-4\geq 0$$

Θα πρέπει η Διακρίνουσα του τριωνύμου να είναι μικρότερη ή ίση με το μηδέν.

$$\Delta\leq 0 \Leftrightarrow \lambda^2-3\lambda-4\leq 0 \Leftrightarrow \lambda\in[-1,4].$$

ΘΕΜΑ Δ

$$(\lambda+2)x^2+(2\lambda+3)x+\lambda-2=0 \ \ (1) \ \ \lambda\neq -2$$

Δ1. $\Delta=(2\lambda+3)^2-4(\lambda+2)(\lambda-2) \Leftrightarrow \Delta=4\lambda^2+12\lambda+9-4\lambda^2+16$

$$\Leftrightarrow \Delta=12\lambda+25$$

Δ2. $\Delta > 0 \Leftrightarrow 12\lambda + 25 > 0 \Leftrightarrow \lambda > -\dfrac{25}{12}$

Επομένως για να έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες: $\lambda \in \left(-\dfrac{25}{12}, -2\right) \cup (-2, +\infty)$

Δ3. $S = x_1 + x_2 = -\dfrac{\beta}{\alpha} \Leftrightarrow S = -\dfrac{2\lambda+3}{\lambda+2}$ και $P = x_1 \cdot x_2 = -\dfrac{\gamma}{\alpha} \Leftrightarrow P = \dfrac{\lambda-2}{\lambda+2}$

Δ4. $(x_1 + x_2 - 1)^2 + (x_1 \cdot x_2 + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(-\dfrac{2\lambda+3}{\lambda+2} - 1\right)^2 + \left(\dfrac{\lambda-2}{\lambda+2} + 3\right)^2 = 0.$

$\Leftrightarrow \dfrac{2\lambda+3}{\lambda+2} = -1$ και $\dfrac{\lambda-2}{\lambda+2} = -3 \Leftrightarrow \lambda = -\dfrac{5}{3}$ και $\lambda = -1$

Επομένως δεν υπάρχει τιμή του λ ούτως ώστε να ισχύει η παραπάνω σχέση.