

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

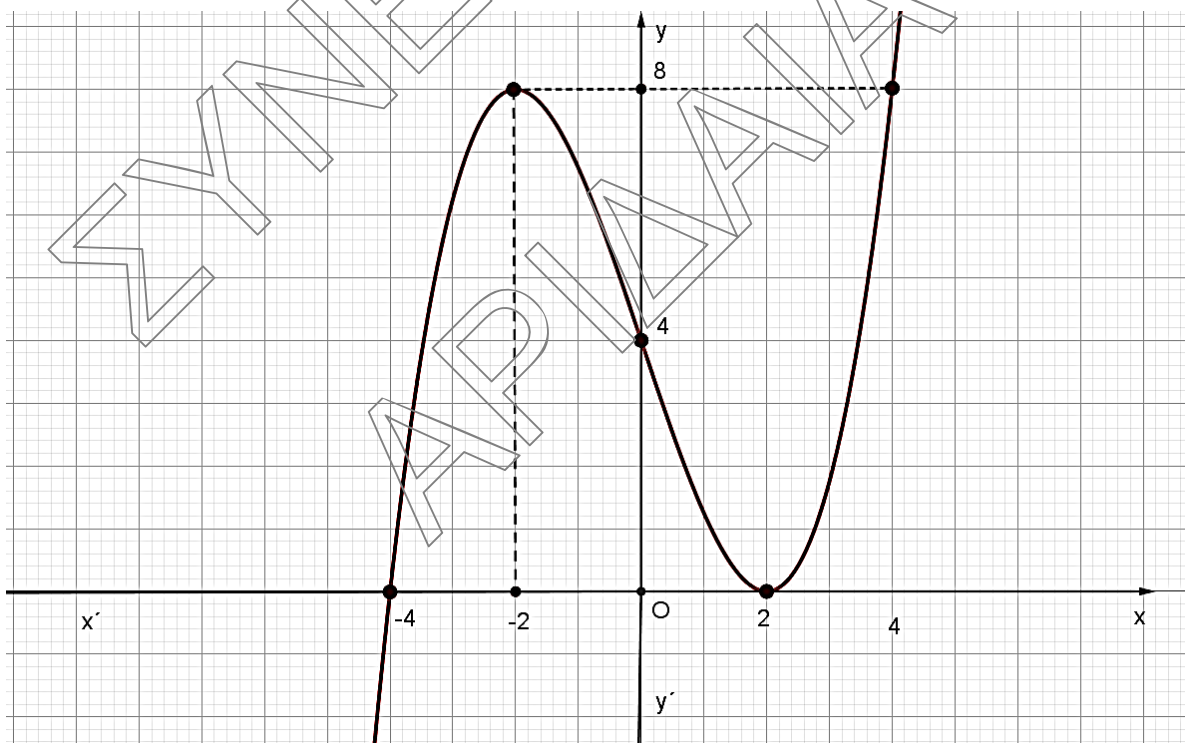
Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 28 Απριλίου 2021  
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

Α1. Στο παρακάτω σχήμα βρίσκεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$  η οποία έχει πεδίο ορισμού το σύνολο των πραγματικών αριθμών.

Με βάση το σχήμα να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:



- (α) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα και τα διαστήματα στα οποία είναι γνησίως αύξουσα
- (β) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = f(-2)$

(γ) Αν  $x \in (-4, 4]$  τότε σε ποιες θέσεις η  $f$  έχει μέγιστο και σε ποιες έχει ελάχιστο; Να βρείτε τις τιμές της  $f$  στις θέσεις αυτές.

Μονάδες 9

A2. Η ανίσωση  $\left(\frac{3}{\pi}\right)^x < \left(\frac{3}{\pi}\right)^e$  αληθεύει

- (α) Για κάθε  $x > e$
- (β) Για κάθε  $x < e$
- (γ) Είναι αδύνατη στο  $\mathbb{R}$

Μονάδες 3

Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση

A3. Η συνάρτηση  $f$  της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $g(x) = \ln x$ , μιας οριζόντιας κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά και μιας κατακόρυφης κατά 1 μονάδα προς τα πάνω έχει τύπο:

(α) $f(x) = \ln(x-2) - 1$	(β) $f(x) = \ln(x+2) - 1$
(γ) $f(x) = \ln(x+2) + 1$	(δ) $f(x) = \ln(x-2) + 1$

Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση

Μονάδες 3

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ΣΩΣΤΟ, αν η πρόταση είναι σωστή ή ΛΑΘΟΣ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- (α) Κάθε πολυώνυμο της μορφής  $P(x) = \alpha, \alpha \in \mathbb{R}$  είναι μηδενικού βαθμού

- (β) Η συνάρτηση  $f(x) = \sin x$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $\Delta = [0, \pi]$
- (γ) Για οποιονδήποτε αριθμό  $\alpha$  με  $0 < \alpha \neq 1$  ισχύει η ισοδυναμία :
- $$x_1 < x_2 \Leftrightarrow \alpha^{x_1} < \alpha^{x_2}$$
- (δ) Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου  $P(x)$  με ένα πολυώνυμο της μορφής  $x - \rho$  ισούται με την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου για  $x = \rho$
- (ε) Μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού ένα σύνολο  $A$  θα λέμε ότι παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο στο  $x_0 \in A$  όταν  $f(x) \leq f(x_0)$  για κάθε  $x \in A$

Μονάδες 10

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 - x + 2$ , με  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  το οποίο έχει παράγοντα το πολυώνυμο  $x + 1$  και το υπόλοιπο της διαίρεσης του με το πολυώνυμο  $x - 2$  είναι 12

**B1.** Να αποδείξετε ότι  $\alpha \neq 1$  και  $\beta = -3$

Μονάδες 7

**B2.** Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 0$

Μονάδες 8

**B3.** Να λύσετε την ανίσωση  $P(x) > 0$

Μονάδες 5

**B4.** Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\theta \in [0, 2\pi]$  ισχύει  $\eta\mu^4\theta + \eta\mu^3\theta - 3\eta\mu^2\theta - \eta\mu\theta + 2 = 0$

Μονάδες 5

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση  $f(x) = 2x^3 - (10\eta\mu\omega)x^2 - 4x + 4\sigma\upsilon\nu^2\omega$ , όπου  $x \in \mathbb{R}$  και  $\omega \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  η οποία τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο με τετμημένη  $x = -1$

Γ1. Να αποδείξετε ότι  $\omega = \frac{5\pi}{6}$

**Μονάδες 7**

Στα επόμενα ερωτήματα θεωρείστε  $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$

Γ2. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .

**Μονάδες 4**

Γ3. Δίνεται η συνάρτηση  $g(x) = \frac{f(x)}{2x-1}$ ,  $x \neq \frac{1}{2}$

(i) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x \in \mathbb{R}$  η γραφική παράσταση της  $g$  δεν βρίσκεται πάνω από τον άξονα  $x'x$

(ii) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $h(x) = g(x) + 4$

**Μονάδες 7(5+2)**

Γ4. Να λύσετε την ανίσωση  $2(e^{x^2} + 2)^3 - 5(e^{x^2} + 2)^2 > 4e^{x^2} + 5$ ,  $x \in \mathbb{R}$

**Μονάδες 7****ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο  $f(x) = \ln(8^x + 3 \cdot 4^x - 4) - \ln(2^x - 1) - 1$

Δ1. Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της είναι το  $A = (0, +\infty)$

**Μονάδες 7**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2021**  
Β' ΦΑΣΗ

Ε\_3.Μλ2ΓΑ(ε)

Δ2. Να δείξετε ότι  $f(x) = 2\ln(2^x + 2) - 1$  και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι είναι γνησίως αύξουσα στο Α

**Μονάδες 6**

Δ3. Να λυθεί η ανίσωση  $f(x) \leq 2\ln \frac{10}{\sqrt{e}}$ ,  $x \in A$

**Μονάδες 6**

Δ4. Να λυθεί η εξίσωση  $f(x) = \eta\mu^2(1130^\circ) + \eta\mu^2(40^\circ)$

**Μονάδες 6**

ΣΥΝΕΙΡΜΟΝ  
ΑΡΙΘΜΟΣ  
ΑΡΙΘΜΟΣ