

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 15 Μαΐου 2021

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

Α1. Σελίδα 88 σχολικού βιβλίου

Α2. α) Λ

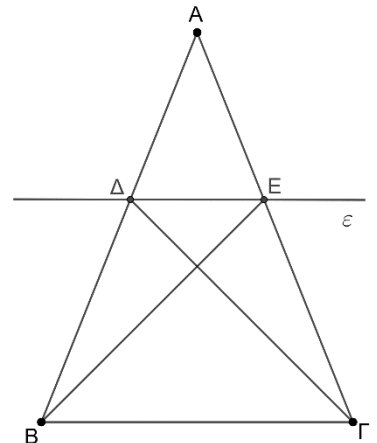
β) Σ

γ) Σ

δ) Σ

ε) Σ

## ΘΕΜΑ Β

Α1. Επειδή το τρίγωνο  $ΑΒΓ$  είναι ισοσκελές ισχύει  $\hat{Β} = \hat{Γ}$ .Επειδή  $ΔΕ // ΒΓ$ , το τετράπλευρο  $ΔΕΓΒ$  είναι τραπέζιο, του οποίου οι προσκείμενες γωνίες στη βάση  $ΒΓ$  είναι ίσες.Επομένως το τετράπλευρο  $ΔΕΓΒ$  είναι ισοσκελές τραπέζιο.Α2. Επειδή  $ε // ΒΓ$  ισχύουν:  $\hat{ΑΔΕ} = \hat{Β}$  και  $\hat{ΑΕΔ} = \hat{Γ}$  (ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες των παραλλήλων  $ΔΕ$  και  $ΒΓ$  που τέμνονται από τις  $ΑΒ$  και  $ΑΓ$  αντίστοιχα). Όμως  $\hat{Β} = \hat{Γ}$  άρα  $\hat{ΑΔΕ} = \hat{ΑΕΔ}$  κι έτσι το τρίγωνο  $ΑΔΕ$  είναι ισοσκελές.

**A3.** Τα τρίγωνα  $ABE$  και  $ADG$  έχουν:

$$AB = AG \text{ (} ABG \text{ ισοσκελές)}$$

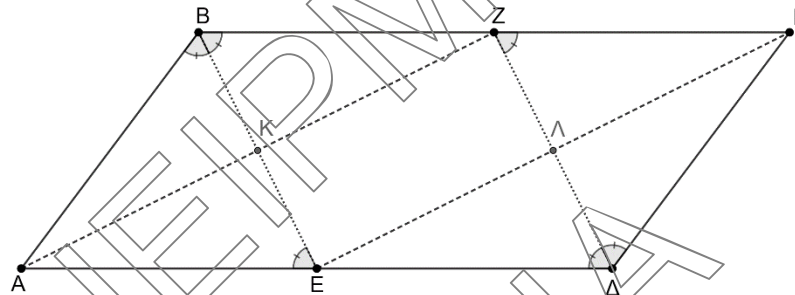
$$AE = AD \text{ (} ADE \text{ ισοσκελές)}$$

$$\hat{B}AE = \hat{D}AG \text{ (κοινή γωνία)}$$

Οπότε από το κριτήριο ισότητας τριγώνων Π-Γ-Π είναι ίσα

Παρατήρηση. Η επίλυση των ερωτημάτων μπορεί να γίνει με οποιαδήποτε σειρά, οπότε μπορούν τα παιδιά να τα λύσουν με διαφορετικούς τρόπους.

**ΘΕΜΑ Γ**



**Γ1.** Είναι  $AB \parallel \Gamma\Delta$  και  $B\Gamma \parallel A\Delta$  αφού  $AB\Gamma\Delta$  παραλληλόγραμμο. Επίσης επειδή  $A\Delta = 2AB$  προκύπτει ότι  $AB = \Gamma\Delta = \frac{A\Delta}{2} = \frac{B\Gamma}{2}$ .

Η  $BE$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{B}$  οπότε  $\hat{A}BE = \hat{E}BZ$ . Επίσης  $\hat{E}BZ = \hat{A}EB$  ως εντός εναλλάξ των  $B\Gamma \parallel A\Delta$ , άρα  $\hat{A}BE = \hat{A}EB$  και το τρίγωνο  $ABE$  είναι ισοσκελές με  $AB = AE = \frac{A\Delta}{2}$ , οπότε  $E$  μέσο  $A\Delta$ .

Όμοια η  $DZ$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{D}$  οπότε  $\hat{\Gamma}DZ = \hat{Z}DE$ . Επίσης  $\hat{Z}DE = \hat{D}Z\Gamma$  ως εντός εναλλάξ των  $B\Gamma \parallel A\Delta$ , άρα  $\hat{D}Z\Gamma = \hat{\Gamma}DZ$  και το τρίγωνο  $\Gamma Z\Delta$  είναι ισοσκελές με  $\Gamma Z = \Gamma\Delta = AB = \frac{A\Delta}{2} = \frac{B\Gamma}{2}$ , οπότε  $Z$  μέσο  $B\Gamma$ .

**Γ2.** Επειδή  $Z$  και  $E$  μέσα των ίσων πλευρών  $B\Gamma$  και  $A\Delta$  τότε  $BZDE$  παραλληλόγραμμο διότι  $BZ = \frac{B\Gamma}{2} = \frac{A\Delta}{2} = ED$  και  $BZ \parallel ED$ .

Γ3. Στο τετράπλευρο ABZE είναι  $BZ \parallel AE$ , διότι Z, E μέσα των ίσων πλευρών BG και AD, άρα το ABZE είναι παραλληλόγραμμο. Επιπλέον οι διαδοχικές πλευρές AB και BZ είναι ίσες διότι  $AB = \frac{BG}{2} = BZ$  άρα το ABZE είναι ρόμβος.

Γ4. Είναι  $ZG \parallel AE$  αφού Z, E μέσα των  $AB \parallel GD$ , άρα AEGZ παραλληλόγραμμο. Επειδή το ABZE είναι ρόμβος θα είναι  $BE \perp AZ$ , οπότε  $\hat{E}KZ = 90^\circ$ . Τελικά, το KZΛΕ είναι ρόμβος γιατί είναι παραλληλόγραμμο με μια ορθή γωνία.

**ΘΕΜΑ Δ**

Δ1. Συγκρίνω τα τρίγωνα AMZ και MHΣ

1.  $ZM = MH$  (M μέσο ZH)
2.  $\hat{Z}MA = \hat{H}MΣ$  (ως κατακορυφήν)
3.  $\hat{A}ZM = \hat{M}HΣ$  (ως εντός εναλλάξ των  $AD \parallel BS$ )

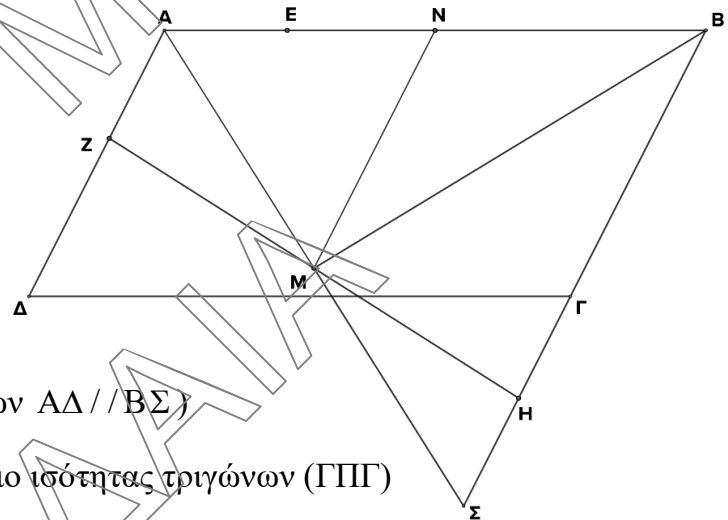
Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα από το κριτήριο ισότητας τριγώνων (ΓΠΓ)

Δ2. Το AZHB είναι τραπέζιο διότι  $AZ \parallel BH$  και επειδή η MN είναι

$$\text{διάμεσος του τραπέζιου τότε: } MN = \frac{AZ + BH}{2} = \frac{AE + EB}{2} = \frac{AB}{2}$$

Δ3. Στο τρίγωνο AMB, η MN είναι διάμεσος και είναι ίση με το μισό της πλευράς AB που αντιστοιχεί, άρα το τρίγωνο AMB είναι ορθογώνιο στο M, δηλαδή  $\hat{A}MB = 90^\circ$ .

Δ4. Στο τρίγωνο ABS, η MB είναι διάμεσος ( $AM = MS$ ) και ύψος ( $MB \perp AB$ ) άρα το τρίγωνο ABS είναι ισοσκελές.



**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2021**  
Β' ΦΑΣΗ**E\_3.Γλ1Α(α)**

**\*\* Εναλλακτικά για τα ερωτήματα Δ2-Δ3-Δ4 μπορούμε να πούμε ότι:**

Από το Δ1 προκύπτει ότι  $AZ = ΗΣ$ , άρα  $AB = BE + EA = BH + ΗΣ = BΣ$ . Συνεπώς  $AB = BΣ$  άρα  $ABΣ$  ισοσκελές τρίγωνο.

**Δ2.** Επειδή  $M, N$  μέσα των  $ΑΣ$  ( $AM = ΜΣ$ ) και  $AB$ , τότε  $MN$  διάμεσος του τραπέζιου  $AZHB$  άρα  $MN = \frac{AB}{2}$ .

**Δ3.** Επειδή  $BM$  διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου  $ABΣ$  άρα  $\hat{A}MB = 90^\circ$ .

**Δ4.** Απαντήθηκε έμμεσα στο Δ1.

ΣΥΝΕΙΡΜΟΝ  
ΑΡΙΘΜΑ