

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 28 Απριλίου 2021

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$ Να αποδείξετε ότι το άθροισμα S των ριζών της δίνεται από τον τύπο:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \quad \text{ενώ το γινόμενο τους } P \text{ δίνεται από τον τύπο } P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$$

Μονάδες 12

Α2. Να αντιστοιχίσετε καθένα από τα τριώνυμα της Α ομάδας με την ισοδύναμη μορφή του από τη Β ομάδα μεταφέροντας στο τετράδιο σας τον πίνακα 1

Α' ΟΜΑΔΑ	
1	$-2x^2 + 6x - 4$
2	$x^2 - 3x + 2$
3	$-x^2 + 3x - 2$
4	$2x^2 - 6x + 4$

Β' ΟΜΑΔΑ	
Α	$(x-1)(x-2)$
Β	$2(x-1)(x-2)$
Γ	$-2(x-1)(x-2)$
Δ	$-(x-1)(x-2)$

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

1	2	3	4

Μονάδες 8

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α) Αν η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ έχει δύο άνισες ρίζες x_1, x_2 , τότε

$$ax^2 + bx + \gamma = a(x - x_1)(x - x_2)$$

(β) Για κάθε αρνητικό πραγματικό αριθμό ισχύει $|x| = -x$

(γ) Αν $a > \beta > 0$, τότε $\frac{1}{a} < \frac{1}{\beta}$

(δ) Το συμμετρικό του σημείου $M(a, \beta)$ ως προς τον άξονα $x'x$ είναι το σημείο $M'(-a, \beta)$ για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$.

(ε) Η εξίσωση $ax + \beta = 0$ έχει τουλάχιστον μία λύση για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

B1. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 6x + 5 > 0$ και να γράψετε με μορφή διαστημάτων το σύνολο των λύσεων της.

Μονάδες 8

B2. Να λύσετε την ανίσωση $|2x + 4| \leq 16$ και να εξετάσετε αν ο αριθμός

$$\alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$$
 ανήκει στο σύνολο λύσεων της.

Μονάδες 8

B3. Να βρείτε ποιες ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 7|x| + 12 = 0$ ανήκουν στο σύνολο των λύσεων της ανίσωσης του ερωτήματος **B1**.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x - 2}{x - \alpha}$, όπου α θετικός πραγματικός αριθμός της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(\alpha+1, 4)$

Γ1. Δείξτε ότι $\alpha = 1$ και στη συνέχεια να βρείτε το πεδίο ορισμού της A

Μονάδες 8

Γ2. (i) Να απλοποιήσετε τον τύπο της f και να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες x' , $y'y$
(ii) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση

Μονάδες 10(7+3)

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση $(f(x)-2)^4 + 3(f(x)-2)^2 - 4 = 0, x \in A$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο $(\lambda - 2)x^2 - 2\lambda x + 2\lambda - 3, x \in \mathbb{R}$ και $\lambda \in \mathbb{R} - \{2\}$ μια παράμετρος .

Δ1. (i) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι $\Delta = -4\lambda^2 + 28\lambda - 24$
(ii) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση $(\lambda - 2)x^2 - 2\lambda x + 2\lambda - 3 = 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες .

Μονάδες 8

Δ2. Για ποιες τιμές του λ ισχύει $(\lambda - 2)x^2 - 2\lambda x + 2\lambda - 3 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$;

Μονάδες 8

Δ3. Αν για τις ρίζες x_1, x_2 του τριωνύμου ισχύει $x_1^2 + x_2^2 = \frac{2\lambda}{(2-\lambda)^2}$ να αποδείξετε ότι $\lambda = 1$

Μονάδες 9