



**ΤΑΞΗ:** 3<sup>η</sup> ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

**Ημερομηνία:** Σάββατο 16 Μαΐου 2020

**Διάρκεια Εξέτασης:** 3 ώρες

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Αν οι συναρτήσεις  $f(x)$  και  $g(x)$  είναι παραγωγίσιμες σε ένα σύνολο  $A$ , τότε να αποδειχτεί ότι  $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$

**Μονάδες 7**

**A2.** Τι ονομάζεται δείγμα ενός πληθυσμού και πότε ένα δείγμα στην πράξη ονομάζεται αντιπροσωπευτικό ;

**Μονάδες 4**

**A3. α)** Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα της τιμής μιας μεταβλητής  $x$ ;

**β)** Ποιες ιδιότητες ισχύουν για τη σχετική συχνότητα;

**Μονάδες 4**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Πόσες φορές βγήκε με 'Μετακίνηση 6' στις 45 ημέρες καραντίνας ο Γιώργος είναι ποσοτική συνεχής μεταβλητή.

**β)** Μια συνάρτηση  $f(x)$  με πεδίο ορισμού  $A$  λέγεται συνεχής, αν για κάθε

$$x_0 \in A \text{ ισχύει } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0).$$

- γ) Η αθροιστική συχνότητα  $N_i$  μιας τιμής  $x_i$  εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες ή ίσες από την τιμή  $x_i$ ,  $i=1,2,\dots,k$
- δ) Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης που είναι η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f(x)$  στο σημείο  $A(x_0, f(x_0))$  θα είναι  $f'(x_0)$ .
- ε) Αν για μια συνάρτηση  $f(x)$  ισχύουν,  $f'(x_0) = 0$  για  $x_0 \in (\alpha, \beta)$ ,  $f'(x) < 0$  στο  $(\alpha, x_0)$  και  $f'(x) > 0$  στο  $(x_0, \beta)$  τότε η  $f(x)$  παρουσιάζει στο διάστημα  $(\alpha, \beta)$  για  $x=x_0$  μέγιστο.

Μονάδες 10

## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \kappa^2 x^3 - 9\kappa x^2 + 15x + 3$  η οποία παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στη θέση  $x = \frac{1}{3}$ .

- B1.** Να υπολογίσετε τις τιμές του πραγματικού αριθμού  $\kappa$ .

Μονάδες 5

Αν  $\kappa=3$

- B2.** Να εξετάσετε την  $f(x)$  ως προς την μονοτονία και να βρείτε το είδος και τις τιμές των τοπικών ακροτάτων.

Μονάδες 6

- B3.** Να βρεθεί η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f(x)$  στο σημείο  $A(0, f(0))$  και να βρεθούν τα σημεία στα οποία αυτή τέμνει τους άξονες  $x'$  και  $y'$ .

Μονάδες 7

- B4.** Να υπολογιστεί το όριο:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f''(x) - 18f(0)}{\sqrt{x+2} - 2}$

Μονάδες 7

**ΘΕΜΑ Γ**

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των λογαριασμών που διατηρούν σε κοινωνικά δίκτυα  $v$  σε πλήθος μαθητές ενός τμήματος ΕΠΑΛ της νησιωτικής Ελλάδας.

Αριθμός λογαριασμών σε κοινωνικά δίκτυα $x_i$	Αριθμός μαθητών $v_i$	Αθροιστική συχνότητα $N_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
0	$\alpha$		
1		$\beta$	
2			$\gamma$
3		$\delta$	
4			$\varepsilon$
5			

Γ1. Αν γνωρίζετε ότι η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 - 1}, & x \neq 1 \\ v^2 - 40v + 401, & x = 1 \end{cases}$  είναι συνεχής για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , να δείξετε ότι το πλήθος των μαθητών της έρευνας μας είναι  $v=20$ .

**Μονάδες 5**

Γ2. I. Να δείξετε ότι  $\alpha=2$ , αν γνωρίζετε ότι:  $\alpha = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{3x - 9}$

**Μονάδες 2**

II. Να δείξετε ότι  $\beta=12$ , αν γνωρίζετε ότι:  $\beta = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$

**Μονάδες 2**

III. Να δείξετε ότι  $\gamma=10$ , αν γνωρίζετε ότι:  $\gamma = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-10\eta\mu^2 x}{\sigma\upsilon\nu^2 x - 1}$

**Μονάδες 2**

Γ3. I. Να δείξετε ότι  $\delta=15$ , αν γνωρίζετε ότι:  $\delta = \lim_{x \rightarrow 0} 15 \frac{\varepsilon^{\varphi x}}{\eta \mu x}$

**Μονάδες 3**

II. Να δείξετε ότι  $\varepsilon=5$ , αν γνωρίζετε ότι:  $\varepsilon = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2}$

**Μονάδες 3**

Γ4. Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Αριθμός λογαριασμών σε κοινωνικά δίκτυα $x_i$	Αριθμός μαθητών $v_i$	Αθροιστική συχνότητα $N_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
0	$\alpha=v_1=2$	$N_1$	$f_1$
1	$v_2$	$\beta=N_2=12$	$f_2$
2	$v_3$	$N_3$	$\gamma=f_3=10$
3	$v_4$	$\delta=N_4=15$	$f_4$
4	$v_5$	$N_5$	$\varepsilon=f_5=5$
5	$v_6$	$v=20$	$f_6$
Σύνολο	$v=20$		

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Δ**

Μια σκάλα AB με μήκος 3m είναι στερεωμένη όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Το πάνω άκρο γλιστρά με ταχύτητα  $\sqrt{5}m/s$ . Τη χρονική στιγμή  $t = t_0$  το A απέχει 2m, από το σημείο O.

Δ1. Να εκφράσετε το y ως συνάρτηση του x.

**Μονάδες 4**

Δ2. Να βρείτε το y τη χρονική στιγμή  $t_0$ .

**Μονάδες 4**

Δ3. Να βρείτε την ταχύτητα με την οποία απομακρύνεται το Α τη χρονική στιγμή  $t_0$ .

Μονάδες 5

Δ4. I. Να εκφράσετε το εμβαδόν  $E$  ως συνάρτηση του  $x$ .

Μονάδες 4

II. Να μελετήσετε την  $E(x)$  ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 5

III. Να συγκρίνετε τους αριθμούς  $E\left(\eta\mu\frac{\pi}{18}\right)$  και  $E\left(\eta\mu\frac{\pi}{5}\right)$

Μονάδες 3

