



## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

### ΕΠΑ.Λ.

Παρασκευή 22 Μαΐου 2020 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

## ΘΕΜΑΤΑ

### ΘΕΜΑ Α

- A1.** Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$ , να αποδείξετε ότι  $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$ , όπου  $c$  πραγματικός αριθμός.  
(Μονάδες 8)
- A2.** Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$  παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο  $x_0 \in A$ ;  
(Μονάδες 3)
- A3.** Ποιες μεταβλητές λέγονται ποιοτικές και ποιες ποσοτικές;  
(Μονάδες 4)
- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό** αν η αντίστοιχη πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- i) Το άθροισμα όλων των σχετικών συχνοτήτων είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος.
- ii) Αν  $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_k$  είναι οι συχνοότητες που αντιστοιχούν στις τιμές  $x_1, x_2, \dots, x_k$  μιας μεταβλητής  $X$ , και  $N_1, N_2, \dots, N_k$  οι αντίστοιχες αθροιστικές συχνοότητες, τότε ισχύει  $\nu_i = N_i - N_{i-1}$  για κάθε  $i = 1, \dots, k$ .
- iii) Ισχύει  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ , για κάθε  $x > 0$ .



2020 | Μάιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

iv) Αν  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$  και  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$ , τότε  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$

v) Αν μια συνάρτηση  $f$  γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  τότε ισχύει ότι  $f'(x) > 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ .

(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ Β**

Εξετάσαμε ένα δείγμα οικογενειών μιας περιοχής, ως προς τον αριθμό των παιδιών που έχει η καθεμία οπότε προέκυψε ο παρακάτω πίνακας:

$x_i$	$v_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i\%$
0	κ			
1		0,30		
2			60	
3				95
4				
ΣΥΝΟΛΟ	10κ			

όπου,  $x_i$  ο αριθμός των παιδιών,  $v_i$  η συχνότητα,  $f_i$  η σχετική συχνότητα,  $N_i$  η αθροιστική συχνότητα και  $F_i\%$  η αθροιστική σχετική συχνότητα %.

Αν  $\kappa = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x+3} - 2}$ :

**B1.** Να αποδείξετε ότι  $\kappa = 8$ .

(Μονάδες 8)

**B2.** Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα κατανομής συχνοτήτων.

(Μονάδες 8)

**B3.** Με τη βοήθεια του πίνακα να βρεθούν:

α) Πόσες οικογένειες έχουν το πολύ 2 παιδιά.

β) Πόσες οικογένειες έχουν τουλάχιστον 1 παιδί.

γ) Το ποσοστό των οικογενειών που έχουν το πολύ 3 παιδιά.

(Μονάδες 9)



**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{ax + \beta}{x - 2}$ , για  $x \neq 2$ , όπου  $a$  και  $\beta$  πραγματικοί αριθμοί. Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  στο σημείο της  $A(3, 2)$  είναι παράλληλη στη διχοτόμο της γωνίας  $xOy$ , τότε:

Γ1. Να δείξετε ότι η παράγωγος της  $f$  είναι  $f'(x) = \frac{-2a - \beta}{(x - 2)^2}$ . (Μονάδες 5)

Γ2. Να αποδείξετε ότι  $a = 3$  και  $\beta = -7$ . (Μονάδες 7)

Γ3. Αν επιπλέον, οι εφαπτομένες της γραφικής παράστασης της  $f$  στα σημεία της  $A(3, 2)$  και  $B(x_0, f(x_0))$  είναι παράλληλες, να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της  $f$  στο  $B$ . (Μονάδες 7)

Γ4. Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x)(x^3 - 8))$ . (Μονάδες 6)



**ΘΕΜΑ Δ**

Ένας αγρότης αγόρασε συρματοπλέγμα μήκους 200m προκειμένου να περιφράξει ένα κομμάτι της έκτασής του ώστε να δημιουργήσει κήπο με λαχανικά, σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

- Δ1.** Να αποδείξετε ότι η σχέση που δίνει το εμβαδό του κήπου θα είναι η  $E(x) = 100x - x^2$ , όπου  $x$  η μια πλευρά του. **(Μονάδες 8)**
- Δ2.** Να βρείτε πότε το εμβαδό του κήπου γίνεται μέγιστο. **(Μονάδες 7)**
- Δ3.** Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του εμβαδού. **(Μονάδες 5)**
- Δ4.** Αν για κάθε τετραγωνικό μέτρο, το κόστος της καλλιέργειας είναι 6€, να βρείτε πόσο θα στοιχίσει τελικά ο κήπος στον αγρότη. **(Μονάδες 5)**