



2020 | Μάιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΠΑ.Λ.

Παρασκευή 22 Μαΐου 2020 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία, Σχολικό βιβλίο σελ. 30

A2. Θεωρία, Σχολικό βιβλίο σελ. 14

A3. Θεωρία, Σχολικό βιβλίο σελ. 59

A4.

i) Λάθος

ii) Σωστό

iii) Σωστό

iv) Λάθος

v) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

$$\begin{aligned} \text{B1. } \kappa &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2)}{\sqrt{x+3}^2 - 2^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1} = \end{aligned}$$



2020 | Μάιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 1} [(x+1)(\sqrt{x+3}+2)] = \\ &= 2 \cdot (\sqrt{4}+2) = 8 \end{aligned}$$

B2.

x_i	v_i	f_i	N_i	$F\%$
0	8	0,10	8	10
1	24	0,30	32	40
2	28	0,35	60	75
3	16	0,20	76	95
4	4	0,05	80	100
ΣΥΝΟΛΟ	80	1		

- B3 α) $N_3 = 60$ οικογένειες
β) $v - v_1 = 80 - 8 = 72$ οικογένειες
γ) $F_4 \% = 95\%$

ΘΕΜΑ Γ

$$f'(x) = \frac{(ax + \beta)'(x-2) - (ax + \beta)(x-2)'}{(x-2)^2} = \frac{\alpha(x-2) - (ax + \beta) \cdot 1}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{ax - 2\alpha - ax - \beta}{(x-2)^2} = \frac{-2\alpha - \beta}{(x-2)^2}$$

Γ2. Το σημείο $A(3,2)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f , άρα $f(3)=2$ και ισοδύναμα έχουμε:

$$f(3) = 2 \Leftrightarrow \frac{3\alpha + \beta}{3-2} = 2 \Leftrightarrow 3\alpha + \beta = 2.$$

Επιπλέον, η εφαπτομένη στο A είναι παράλληλη στη διχοτόμο της γωνίας $x\hat{O}y$, δηλαδή στην $y=x$, άρα $\lambda=1$.

Όμως $\lambda = f'(x)$, επομένως $f'(3)=1$ και ισοδύναμα έχουμε:

$$f'(3) = 1 \Leftrightarrow \frac{-2\alpha - \beta}{(3-2)^2} = 1 \Leftrightarrow -2\alpha - \beta = 1$$



Λύνουμε το σύστημα

$$\begin{cases} 3\alpha + \beta = 2 \\ -2\alpha - \beta = 1 \end{cases}$$

Οπότε $\alpha = 3$ και $\beta = -7$.

Γ3. Για $\alpha = 3$ και $\beta = -7$ έχουμε:

$$f(x) = \frac{3x-7}{x-2} \text{ και } f'(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$$

Εφόσον οι εφαπτομένες της γραφικής παράστασης της f στα σημεία της $A(3,2)$ και $B(x_0, f(x_0))$ είναι παράλληλες, η εφαπτομένη της f στο B θα έχει επίσης $\lambda = 1$.

$$\text{Άρα } \frac{1}{(x-2)^2} = 1 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3, x = 1$$

Επίσης $f(1) = \frac{-4}{-1} = 4$, άρα το σημείο επαφής είναι το $B(1,4)$

Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι

$$y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow 4 = 1 \cdot 1 + \beta \Leftrightarrow \beta = 3$$

Άρα η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η $y = x + 3$.

Γ4.

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x)(x^3 - 8)) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3x-7)(x^3-8)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3x-7)(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3x-7)(x^2+2x+4)}{1} = (-1) \cdot (4+4+4) = -12$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έστω x, y δύο διαδοχικές πλευρές του ορθογωνίου και $\Pi(x)$ η περίμετρός του.

Εφόσον το συρματοπλέγμα έχει μήκος 200m, θα είναι $\Pi(x) = 200\text{m}$.

$$\text{Όμως } \Pi(x) = 2x + 2y$$

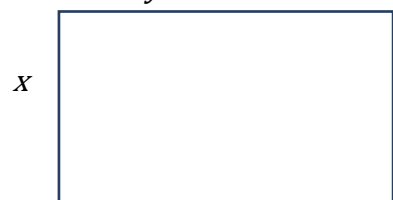
$$\text{Άρα } 2x + 2y = 200$$

$$x + y = 100$$

$$y = 100 - x$$

$$\text{Οπότε } E(x) = x \cdot y$$

$$y = 100 - x$$





2020 | Μάιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

$$E(x) = x(100 - x)$$

$$E(x) = 100x - x^2 \text{ για } x \in (0, 100)$$

Δ2. $E'(x) = 100 - 2x$

$$E'(x) = 0$$

$$100 - 2x = 0$$

$$-2x = -100$$

$$x = 50$$

Η μονοτονία της συνάρτησης E φαίνεται στον παρακάτω πίνακα

x		0	50	100	
$E'(x)$		+	0	-	
$E(x)$		↑		↓	

Άρα το εμβαδό γίνεται μέγιστο όταν $x = 50\text{m}$

Δ3. Για $x = 50\text{m}$, έχουμε $E(50) = 50(100 - 50) = 2500$, δηλαδή η μέγιστη τιμή του εμβαδού είναι 2500m^2

Δ4. Ο κήπος θα κοστίσει συνολικά $2500 \cdot 6 = 15000\text{€}$