



2020 | Μάιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Β' Γενικού Λυκείου

Θετικών Σπουδών

Σάββατο 23 Μαΐου 2020 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

- A.** Να αποδείξετε ότι ο κύκλος με κέντρο το $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση
 $c: (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$ (7 μόρια)
- B.** i) Έστω ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxy και ένα σημείο $A(x_0, y_0)$. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το A και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ είναι $\varepsilon: y - y_0 = \lambda(x - x_0)$. (5 μόρια)
- ii) Ποια είναι η εξίσωση της κατακόρυφης ευθείας που διέρχεται από το $A(x_0, y_0)$; (3 μόρια)
- Γ.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση:
i) Δίνεται ο κύκλος $c: x^2 + y^2 = 10$ και το σημείο $M(1, -3)$. Η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο M έχει εξίσωση:
Α. $x + 3y = 10$ Β. $5x - y = 8$ Γ. $x - 3y = 10$
Δ. $3x + 2y = 3$ Ε. $\frac{1}{2}x + y = 5$ (4 μόρια)



2020 | Μάιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

- ii) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας (Σ) για τη σωστή απάντηση ή (Λ) για την λανθασμένη.
- α) Η ευθεία $\varepsilon: y = 2x$ και ο κύκλος $c: x^2 + y^2 = 4$ εφάπτονται.
- β) Η ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ και $B \neq 0$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{u} = (A, -B)$
- γ) Αν τα διανύσματα $\vec{a}_1 = (\lambda, \lambda - 1)$, $\vec{a}_2 = (4, -\lambda)$ με $\lambda \neq 0$ είναι κάθετα, τότε $\lambda = -3$.

(??? μόρια)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 = \lambda(6x - 2y)$, $\lambda \in \mathbf{R}$ (1).

- i) Για ποια τιμή του λ η (1) παριστάνει κύκλο; (3 μόρια)
- ii) Βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του. (3 μόρια)
- iii) Που ανήκουν τα κέντρα των παραπάνω κύκλων; Βρείτε την εξίσωση της γραμμής των κέντρων αυτών. (5 μόρια)
- iv) Να αποδείξετε ότι οι κύκλοι της εξίσωσης (1) διέρχονται από σταθερό σημείο. (6 μόρια)
- v) Να αποδείξετε ότι όλοι οι παραπάνω κύκλοι έχουν κοινή εφαπτόμενη στο κοινό τους σημείο. Ποια είναι η εξίσωσή της; (4+4= 8 μόρια)



ΘΕΜΑ Γ

1. Να δειχθεί ότι τα σημεία $A(-2, 1)$, $B(1, 1)$ και $\Gamma(3, -1)$ είναι κορυφές τριγώνου.
(4 μόρια)
2. Αν $\vec{u} = 2\vec{AB} - \vec{AG}$ και $\vec{v} = (\lambda, \lambda + 1)$. Να βρείτε τη τιμή του, ώστε αυτά να είναι παράλληλα.
(4 μόρια)
3. Να βρείτε την ευθεία AB και την απόσταση του Γ από αυτήν.
(2+2=4 μόρια)
4. Βρείτε σημείο Δ έτσι ώστε το $AB\Gamma\Delta$ να είναι παραλληλόγραμμο, και υπολογίστε το εμβαδόν του.
(3+2=5 μόρια)
5. Βρείτε ευθεία που διέρχεται από το σημείο $\Lambda(|AB|, \vec{AB} \cdot \vec{BG})$ και σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα $x\chi'$.
(4 μόρια)
6. Βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο το $(0,0)$ που εφάπτεται στο μέσο της AB .
(6 μόρια)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι κύκλοι $C_1: x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ (1) και $C_2: 2x^2 + 2y^2 - 12x + 10 = 0$ (2)

- i) Βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κάθε κύκλου K_1, ρ_1 και K_2, ρ_2 αντίστοιχα.

(4 μόρια)



2020 | Μάιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

- ii) Να δειχτεί ότι η εφαπτόμενη (ε) του κύκλου (C_1) στο σημείο του $A(1, 2)$ με $\lambda > 0$ είναι η ευθεία $y = 2$.
(5 μόρια)
- iii) Να δειχθεί ότι η ευθεία (ε) είναι κοινή εφαπτομένη των κύκλων C_1 και C_2 .
(4 μόρια)
- iv) Υπάρχει άλλη κοινή εφαπτόμενη των C_1 και C_2 ; Αν ναι, βρείτε την εξίσωσή της.
(5 μόρια)
- v) Να κάνετε μια γραφική παράσταση της άσκησης.
(7 μόρια)