ΑΛΓΕΒΡΑ

Β' Γενικού Λυκείου

Γενικής Παιδείας

Δευτέρα 25 Μαΐου 2020 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-\rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x=\rho$. Είναι δηλαδή $P(\rho)$.

(Μονάδες 5)

Α2. Πότε μία συνάρτηση λέγεται άρτια και ποια η γεωμετρική ερμηνεία μιας άρτιας συνάρτησης;

(Μονάδες 5)

Α3. Σε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις, να γράψετε στην κόλλα σας τον αριθμό που αντιστοιχεί και δίπλα το γράμμα (Σ) αν θεωρείται την πρόταση **σωστή**, ή το γράμμα (Λ) αν θεωρείται ότι η πρόταση είναι **λανθασμένη**;

i. Η συνάρτηση $f(x)=\text{συν}x$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$.

ii. Η εξίσωση $\text{εφ}x=4$ είναι αδύνατη.

iii. Αν μία συνάρτηση είναι περιττή τότε $f(0)=0$.

iv. Το πολυώνυμο $P(x)=-\lambda x^3+5x^2-4x-4$ είναι τρίτου βαθμού για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$.

v. Ο βαθμός του πολυωνύμου που προκύπτει από το γινόμενο δύο πολυωνύμων είναι ίσος με το γινόμενο των βαθμών αυτών.

(Μονάδες 10)

Α4. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω σχέσεις:

i. $\sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta)=$

ii. $\eta\mu(\alpha-\beta)=$

iii. $\varepsilon\varphi(\alpha-\beta)=$

iv. $\varepsilon\varphi 2\alpha=$

v. $\sigma\upsilon\nu^2\alpha-\eta\mu^2\alpha=$

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η παράσταση: $\omega=\dfrac{\eta\mu\left(\dfrac{9\pi}{2}-x\right)\varepsilon\varphi(5\pi-x)\sigma\varphi(21\pi+x)\eta\mu(-x)}{\sigma\varphi\left(\dfrac{13\pi}{2}-x\right)\sigma\varphi(-x)\sigma\upsilon\nu(3\pi-x)\sigma\upsilon\nu\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)}$

Β1. Να δείξετε ότι $\omega=1$.

(Μονάδες 8)

Β2. Έστω η συνάρτηση $f(x)=3\eta\mu\left[(3-\omega)x\right]$

i. Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της *f*.

ii. Να σχεδιάσετε την f σε διάστημα μιας περιόδου.

(Μονάδες 6 + 4)

Β3. Να λύσετε την εξίσωση: $\eta\mu x\,\sigma\upsilon\nu x=\dfrac{\sqrt{18}}{12}$ στο διάστημα $[0,\pi]$.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Γ

Έστω πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3 - x^2 - 5x - \beta + 1$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Αν γνωρίζουμε ότι το πολυώνυμο $Q(x) = x^2 - x - 2$ είναι παράγοντας του $P(x)$:

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 2$ και $\beta = 3$.

(Μονάδες 9)

Γ2. Για $\alpha = 2$ και $\beta = 3$ να κάνετε τη διαίρεση $P(x):(1-x^2)$ και να γράψετε τη ταυτότητα της αντίστοιχης διαίρεσης.

(Μονάδες 8)

Γ3. Να λυθεί η ανίσωση $P(x) + 3(x+1) \le 0$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το σύστημα $(\Sigma):\begin{cases} \alpha+2\beta-\gamma=3 \\ 2\alpha-5\beta+3\gamma=7 \\ 3\alpha+\beta-4\gamma=2 \end{cases}$

Δ1. Να λύσετε το σύστημα (Σ).

(Μονάδες 7)

Έστω το πολυώνυμο $P(x)=\alpha x^3+\beta x^2+\gamma x-4$, όπου α, β, γ οι λύσεις του συστήματος (Σ).

Δ2. Να λύσετε την εξίσωση $P(x)=2$

(Μονάδες 6)

Δ3. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{P(x)-2}{6x^2+8x+12}\le\frac{x^2-4x+3}{2}$.

(Μονάδες 6)

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{x^2-5x+4}-\sqrt{x-5}=0$.

(Μονάδες 6)