



ΑΛΓΕΒΡΑ

Α' Γενικού Λυκείου

Δευτέρα 25 Μαΐου 2020 | Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι εάν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της δευτεροβάθμιας εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ τότε το **άθροισμα** και το **γινόμενο** των ριζών δίνεται από τους τύπους: $S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$ και $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$

(Μονάδες 15)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

i. $d(\alpha, \beta) = |\alpha - \beta|$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

ii. $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

iii. Η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ έχει δύο ρίζες άνισες αν $\Delta < 0$.

iv. Η εξίσωση $x^n = \alpha$, με $\alpha < 0$ και n άρτιο φυσικό αριθμό, είναι αδύνατη.

v. Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha^2 > \beta^2$.

(Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα εξής:

- $d(\alpha, 4) < 2$
- $|\beta - 3| < 1$

B1. Να δείξετε ότι $2 < \alpha < 6$ και $2 < \beta < 4$.

(Μονάδες 6)

B2. Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = |\alpha - 1| + 3|\beta - 5| - |2\alpha - \beta|$.

(Μονάδες 7)

B3. Αν $x = 2\alpha - 3$ και $y = \beta - 1$ να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

- $B = x + 2y - 5$
- $\Gamma = 3x - 2(x + y)$

(Μονάδες 7)

B4. Να υπολογίσετε την παρακάτω παράσταση:

$$K = \frac{(x^3)^{-2} (y^3)^4 \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^{-10}}{x^3 (y^3)^2 (x^3 y^2)^{-1}}$$

(Μονάδες 5)



ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση: $(\lambda + 1)x^2 - (\lambda - 1)x - \lambda = 0$, $\lambda \neq -1$ **(1)**

- Γ1.** Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες για κάθε $\lambda \neq -1$. **(Μονάδες 8)**
- Γ2.** Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες αντίθετες. **(Μονάδες 7)**
- Γ3.** Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες: $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 = -2$. **(Μονάδες 10)**

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (4\lambda - 2)x + \lambda(3 - 8\lambda) = 0$ **(1)** με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

- Δ1.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει διακρίνουσα $\Delta = 4(4\lambda - 1)(3\lambda - 1)$. **(Μονάδες 7)**
- Δ2.** Να βρείτε τις τιμές λ_1, λ_2 της παραμέτρου λ , με $\lambda_1 < \lambda_2$ ώστε η εξίσωση (1) να έχει μία διπλή ρίζα. Στη συνέχεια να βρείτε τη διπλή ρίζα x_0 για $\lambda = \lambda_1$. **(Μονάδες 8)**
- Δ3.** Να προσδιορίσετε τις τιμές των $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο ρίζες άνισες τις x_1, x_2 . Για ποιες από αυτές τις τιμές της παραμέτρου λ ισχύει:
 $4x_1 x_2 = 3x_1 + 3x_2 - 26$ **(Μονάδες 10)**