



## 2018 | Φάση 2 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

#### Β' Γενικού Λυκείου

#### Θετικών Σπουδών

Σάββατο 14 Απριλίου 2018 | Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

### ΘΕΜΑΤΑ

#### ΘΕΜΑ Α

**A.** Δίνεται ο κύκλος με εξίσωση  $c: x^2 + y^2 = p^2$  κι ένα σημείο του  $A(x_1, y_1)$ . Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη στο  $A$  είναι της μορφής:  $\epsilon: xx_1 + yy_1 = p^2$ .

(μόρια 12)

**B.** Να σημειώσετε τη σωστή ( $\Sigma$ ) και τη λανθασμένη ( $\Lambda$ ) απάντηση στα παρακάτω:

**i.** Το μη μηδενικό διάνυσμα  $\vec{\delta} = (a, 0)$  είναι κάθετο στον  $yy'$ .

**ii.** Όλες οι ευθείες που διέρχονται από την αρχή των αξόνων είναι της μορφής:

$$y = \lambda x$$

**iii.** Δίνεται ο κύκλος στη γενική του μορφή  $c: x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ .

**α)** όταν  $A = 0$  το κέντρο του βρίσκεται στον  $yy'$ .

**β)** όταν  $\Gamma = 0$  διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

**γ)** το κέντρο του είναι της μορφής  $K\left(\frac{A}{2}, \frac{B}{2}\right)$ .

(μόρια 5)

**Γ.** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση στα παρακάτω:

**i.** Η ευθεία  $\epsilon$  που διέρχεται από το σημείο  $A(0, 4)$  και είναι παράλληλη στην ευθεία  $3x - 4y = 8$  έχει εξίσωση:

**α.**  $3x - 4y = 4$

**β.**  $3x - 4y = -16$

**γ.**  $3x + 4y = 4$

**δ.**  $y = \frac{4}{3}x + 4$



## 2018 | Φάση 2 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

- ii. Αν η ευθεία  $\varepsilon$  είναι παράλληλη στην ευθεία  $y = \frac{3}{4}x + 6$  και απέχει από αυτήν απόσταση 4, είναι της μορφής:
- α.  $y = \frac{3}{4}x + 1$                       β.  $y = \frac{3}{4}x$   
γ.  $y = \frac{3}{4}x - \frac{2}{3}$                       δ.  $y = \frac{3}{4}x - 1$
- iii. Αν ο κύκλος  $c: (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = p^2$  εφάπτεται στον άξονα  $xx'$ , η ακτίνα του είναι ίση με:
- α. 1                      β. 3                      γ. 4                      δ. 9
- iv. Αν το κέντρο του κύκλου  $c: x^2 + y^2 + Ax + By + 2 = 0$  είναι το  $K(4, -8)$  τότε το  $A + B$  είναι ίσο με:
- α. -4                      β. 4                      γ. 8                      δ. -8

(μόρια 8)

### ΘΕΜΑ Β

- A. i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος  $\vec{a}$ , αν  $\vec{a} = (|\vec{a}| - 2, 2|\vec{a}| - 2)$ .  
(μόρια 5)
- ii. Αν  $\vec{\alpha} = (-1, 0)$  και  $\vec{\beta} = (3, 1)$  να εκφράσετε το διάνυσμα  $\vec{\gamma} = (1, 2)$  ως γραμμικό συνδυασμό των  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .  
(μόρια 4)
- B. i. Δίνεται παραβολή με εστία  $E(|\vec{a}|, 0)$ , όπου  $\vec{a}$  το διάνυσμα του Aii, το σημείο  $K(2, -1)$  και η χορδή της  $AB$  με μέσο το σημείο  $K$ . Βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $AB$ .  
(μόρια 7)
- ii. Αν η παραβολή διέρχεται από το σημείο  $M(1, 2)$ , να βρείτε σημείο  $N$  της παραβολής διαφορετικό της αρχής των αξόνων, ώστε  $\widehat{MON} = 90^\circ$   
(μόρια 5)
- iii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $MEN$ .  
(μόρια 4)



## 2018 | Φάση 2 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

### ΘΕΜΑ Γ

A. Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  με  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{2\pi}{3}$  για τα οποία ισχύουν  $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}) = 2$  και  $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\alpha} - \vec{\beta}) = 5$ .

i. Να υπολογίσετε τα μέτρα των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .

(μόρια 6)

ii. Αν τα διανύσματα  $\vec{u} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$  και  $\vec{v} = \vec{\alpha} - k\vec{\beta}$  είναι κάθετα, να υπολογίσετε τον αριθμό  $k$ .

(μόρια 4)

B. Δίνεται η εξίσωση  $(\lambda - 1)x + (\lambda + 2)y - 3 = 0$  (1).

i. Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει ευθείες για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ , οι οποίες διέρχονται από το ίδιο σημείο  $A$ , το οποίο και να βρείτε.

(μόρια 5)

ii. Θεωρούμε ευθεία  $\varepsilon$  της οικογένειας (1) η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία  $\eta$ :  $x - 2y + 1 = 0$ .

α. Να βρείτε τον αριθμό  $\lambda$ .

(μόρια 3)

β. Να βρείτε την μεσοπαράλληλη ευθεία των  $\varepsilon$  και  $\eta$ .

(μόρια 7)

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 10 + \lambda(3x + y - 10) = 0$  (1).

A. Να δείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  με  $\lambda \neq -2$ . Τι παριστάνει η (1) για  $\lambda = -2$ ;

(μόρια 4+1)

B. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των κέντρων των παραπάνω κύκλων.

(μόρια 3)



## 2018 | Φάση 2 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

Γ. Αν  $\lambda = 1$  τότε:

i. Να βρείτε την εξίσωση της χορδής του κύκλου  $MN$  με μέσο το σημείο  $B(1,2)$ .

(μόρια 4)

ii. Να υπολογίσετε το μήκος του αποστήματος από το κέντρο  $K$  προς τη χορδή  $MN$  του κύκλου.

(μόρια 3)

Δ. Αν  $\lambda = 0$  τότε:

i. Να βρείτε τις εφαπτόμενες που άγονται από το σημείο  $\Gamma(5,5)$  προς τον κύκλο.

(μόρια 5)

ii. Να υπολογίσετε το συνημίτονο της γωνίας που σχηματίζουν οι παραπάνω εφαπτόμενες ευθείες.

(μόρια 5)