ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2015
Β΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.ΒΜλ2Γ(ε)

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΆΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Κυριακή 10 Μαΐου 2015
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α.1. Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο P(x) έχει παράγοντα τον x – ρ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του P(x), δηλαδή αν και μόνο αν P(ρ) = 0.

Μονάδες 7

Α.2. Να γράψετε δύο τύπους του συν2α.

Μονάδες 4

Α.3. Να γράψετε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών για κάθε μία από τις συναρτήσεις $f(x) = \alpha^x$ και $g(x) = \log_\alpha x$ με $0 < \alpha \neq 1$.

Μονάδες 4

Α.4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστή**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $\varepsilon\varphi(\alpha+\beta) = \dfrac{\varepsilon\varphi\alpha + \varepsilon\varphi\beta}{1 + \varepsilon\varphi\alpha \cdot \varepsilon\varphi\beta}$

β) Στο πολυώνυμο $P(x) = \alpha_\nu \alpha^\nu + \alpha_{\nu-1}x^{\nu-1} + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0$, με ακέραιους συντελεστές, κάθε διαιρέτης του σταθερού όρου α_0, είναι ρίζα του P(x).

γ) Αν $0 < \alpha \neq 1$ τότε ισχύει: $\log_\alpha(\theta_1 + \theta_2) = \log_\alpha \theta_1 \cdot \log_\alpha \theta_2$ με $\theta_1, \theta_2 > 0$.

δ) Αν $\alpha > 1$ τότε η $f(x) = \alpha^x$ είναι γνησίως αύξουσα στο R.

ε) Αν D = 0, τότε το γραμμικό σύστημα 2x2, $\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$, είναι πάντα αδύνατο.

Μονάδες 5x2 = 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2συν2x - 1,\ x \in \Re$.

Β.1. Να βρεθεί η μέγιστη τιμή, η ελάχιστη τιμή και η περίοδος της συνάρτησης f(x).

Μονάδες 8

Β.2. Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τον άξονα x΄x στο $[0, 2π]$.

Μονάδες 9

Β.3. Να βρεθεί η τιμή της παράστασης $K = \dfrac{f\left(\frac{π}{12}\right)\cdot f\left(\frac{5π}{12}\right) + f\left(\frac{π}{6}\right)}{1 - f\left(\frac{π}{4}\right)}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = x^3 + αx^2 + βx + γ$, για την οποία ισχύουν:

- Το υπόλοιπο της διαίρεσης της f(x) δια x + 2 είναι 24.
- Η C_f διέρχεται από το σημείο Α(0, 8).
- Η $f(x)$ έχει παράγοντα το x – 1.

Γ.1. Να δείξετε ότι: α = 1, β = –10 και γ = 8.

Μονάδες 9

Γ.2. **α)** Να λυθεί η εξίσωση f(x) = 0.

Μονάδες 4

β) Να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η C_f είναι κάτω από τον άξονα x΄x.

Μονάδες 4

Γ.3. Να λύσετε την ανίσωση: $\dfrac{x+4}{f(x)} \le \dfrac{2}{f(x) + f(-x) - 18}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις:

$f(x) = 2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x$, με $x \in \Re$ και $h(x) = \ln\frac{3}{x} + \ln\left(1 - \frac{1}{x+1}\right) + \ln\left(1 - \frac{1}{x+2}\right) + \ln\left(1 + \frac{x}{2}\right)$,

με $x > 0$.

Δ.1. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \ln(f(\ln x))$.

α) Να υπολογίσετε το $f(\ln x)$.

Μονάδες 3

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x) = \ln(f(\ln x))$.

Μονάδες 4

Δ.2. Να δείξετε ότι $h(x) = \ln\frac{3}{2}$.

Μονάδες 5

Δ.3. Να λύσετε την εξίσωση $g(x) = h(x)$ με $x > 1$.

Μονάδες 7

Δ.4. Να βρείτε τις τιμές του $x \in \Re$, ώστε να υπάρχει $\theta \in \Re$ και να ισχύει: $\eta\mu\theta = \frac{f(1)\cdot \ln^2 x - 2f(2)\cdot \ln x}{6f(1)}$.

Μονάδες 6