

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ. (Α΄ ΟΜΑΔΑ)
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Κυριακή 21 Απριλίου 2013
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Τι ονομάζεται επικρατούσα τιμή μιας μεταβλητής; (6 μονάδες)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α) Το άθροισμα όλων των συχνοτήτων μιας κατανομής είναι ίσο με το μέγεθος n του δείγματος.
- β) Ισχύει $(x^a)' = a \cdot x^{a-1}$ για $a \in \mathbb{R}^*$ και $x > 0$.
- γ) Αν c σταθερός αριθμός, τότε $\int_a^\beta c \cdot dx = \beta - a$.
- δ) Αν στο $x_0 \in A$, υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και είναι ίσο με την τιμή της συνάρτησης στο x_0 τότε η $f(x)$ είναι συνεχής στο x_0 .
- ε) Το κέντρο κάθε κλάσης σε μια ομαδοποιημένη κατανομή συχνοτήτων ισούται με το ημιάθροισμα των άκρων της κλάσης.

(5X2=10 μονάδες)

A3. Να συμπληρώσετε τις πιο κάτω ισότητες αφού τις μεταφέρετε στο τετράδιό σας.

α) Αν $f, g : [a, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ συνεχείς συναρτήσεις, με συνεχείς παραγώγους f', g' τότε σύμφωνα με τον κανόνα της παραγοντικής ολοκλήρωσης θα είναι $\int_a^\beta f'(x)g(x)dx = \dots$

β) Αν $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$ παραγωγίσιμες συναρτήσεις στο A τότε $(f \cdot g)'(x) = \dots$

γ) Αν διαιρέσουμε τη συχνότητα v_i μιας μεταβλητής X με το μέγεθος n του δείγματος προκύπτει η της τιμής x_i .

(3X3=9 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Στο παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι λανθασμένες απαντήσεις που έδωσαν 50 μαθητές μιας τάξης σε τέσσερις ερωτήσεις, που κλήθηκαν να απαντήσουν.

Πλήθος λανθασμένων απαντήσεων x_i	Συχνότητα v_i	Αθροιστική συχνότητα N_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική σχετική συχνότητα $F_i\%$	$x_i \cdot v_i$
0	13				
1		27			
2	13				
3	5				
4					
ΣΥΝΟΛΑ	50				

- B1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε. (8 μονάδες)
- B2.** Να υπολογίσετε την μέση τιμή \bar{x} των παρατηρήσεων. (5 μονάδες)
- B3.** Να υπολογίσετε τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή των παρατηρήσεων. (6 μονάδες)
- B4.** Βρείτε πόσοι μαθητές έδωσαν τουλάχιστον 3 λανθασμένες απαντήσεις. (3 μονάδες)
- B5.** Βρείτε το ποσοστό των μαθητών που έδωσε το πολύ 2 λανθασμένες απαντήσεις. (3 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}} - 7, & 0 < x < 2 \\ \frac{ax^2}{4} - 2a^2, & x \geq 2 \end{cases} \quad \text{όπου } a \text{ αρνητικός πραγματικός αριθμός.}$$

- Γ1.** Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$. (6 μονάδες)
- Γ2.** Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$. (6 μονάδες)
- Γ3.** Να βρείτε για ποια τιμή του a η συνάρτηση $f(x)$ είναι συνεχής στο $x_0 = 2$. (6 μονάδες)
- Γ4.** Αν $a = -1$ τότε να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_2^4 \left(-\frac{f(x)}{x} \right) dx$. (7 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ότι η συνάρτηση $f(x) = x^3 - ax^2 + \beta x$, $x \in \mathbb{R}$, παρουσιάζει τοπικό ακρότατο το 0, στο $x_1 = 3$.

- Δ1.** Να βρείτε την παράγωγο $f'(x)$ και τις τιμές $f'(3)$ και $f(3)$. (6 μονάδες)
- Δ2.** Να υπολογίσετε τους πραγματικούς αριθμούς a και β . (4 μονάδες)
- Δ3.** Αν $a = 6$ και $\beta = 9$ τότε:
- i.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση ως προς τη μονοτονία. (5 μονάδες)
 - ii.** Να βρεθούν τα ακρότατα της συνάρτησης. (5 μονάδες)
 - iii.** Να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της $f'(x)$, τις ευθείες $x = 1$ και $x = 3$ και τον άξονα $x'x$. (5 μονάδες)