Γ' ΤΑΞΗ ΓΕΝ.ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Αν Α,Β είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω, να δείξετε ότι $P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$.

Μονάδες 9

Β. **α.** Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 3

β. Τι ονομάζεται δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης ;

Μονάδες 3

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Για κάθε x>0 ισχύει $\left(\sqrt{x}\right)'=\dfrac{\sqrt{x}}{2x}$.

Μονάδες 2

β. Όταν ένα δείγμα τιμών ακολουθεί ασύμμετρη κατανομή με θετική ασυμμετρία τότε ισχύει $\delta>\bar{x}$.

Μονάδες 2

γ. Η μέση τιμή που βρίσκουμε σε ομαδοποιημένα δεδομένα είναι πάντα ίδια με αυτήν που είχαμε πριν την ομαδοποίηση.

Μονάδες 2

δ. Μία συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της λέγεται γνησίως φθίνουσα όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1,x_2\in\Delta$ με $x_1<x_2$ ισχύει $f(x_1)>f(x_2)$.

Μονάδες 2

ε. Έστω Α,Β δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Αν $P(A)\le P(B)$ τότε κατ' ανάγκη ισχύει $A\subseteq B$.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2ο

Την 29η Μαρτίου στις 4 π.μ. οι θερμοκρασίες 20 πόλεων σε βαθμούς Κελσίου, ομαδοποιήθηκαν σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους και δίνονται στον παρακάτω πίνακα :

Κλάσεις σε βαθμούς ^oC	ν_i
[0,2)	2
[2,4)	4
[4,6)	6
[6,8)	8

α) Να βρεθεί η μέση θερμοκρασία των πόλεων σε βαθμούς ^oC.

Μονάδες 6

β) Να κατασκευαστεί το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων % και να εκτιμηθεί η διάμεσος της θερμοκρασίας.

Μονάδες 7

γ) Να υπολογίσετε την διακύμανση και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές

Μονάδες 6

δ) Να βρεθεί τα ποσοστό των πόλεων με θερμοκρασία από 3 έως και 7 βαθμούς ^oC.

Μονάδες 6

Δίνεται $s^2 = \frac{1}{\nu}\left[\sum_{i=1}^{k} x_i^2 \nu_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} x_i \nu_i\right)^2}{\nu}\right]$

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω δειγματικός χώρος Ω με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα όπου Ω={1,2,3,4,…,25} και η συνάρτηση $f(x)=x^2-\kappa x+9$, $\kappa \in \Omega$ για κάθε $x \in R$. Επιλέγουμε τα παρακάτω ενδεχόμενα:

Α={ κ∈Ω / κ πολλαπλάσιο του 3 }

Β={ κ∈Ω / η f δεν έχει πραγματικές ρίζες }

Γ={ κ∈Ω / το όριο $\lim\limits_{x\to\kappa} \frac{x^2-\kappa x}{\sqrt{x}-\sqrt{\kappa}} \le 16\sqrt{\kappa}$ }

α) Να βρεθούν τα ενδεχόμενα Α, Β, Γ.

Μονάδες 6

β) Να βρεθούν οι πιθανότητες P(A) και P(Γ).

Μονάδες 6

γ) Να δείξετε ότι $P(B)=\frac{1}{5}$ και $P(A\cap B)=\frac{1}{25}$.

Μονάδες 6

δ) Να υπολογιστούν οι πιθανότητες $P(A\cup B)$, $P(A\cup B')$, $P(B-A')$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνονται τα ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω που αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα και η συνάρτηση

$$f(x)=\frac{P(A\cup B)}{2\left[P(A)+P(B)\right]}\cdot x^2+\frac{P(B-A)}{P(A)+P(B)}\ ,\ x\in\mathbb{R}$$

για την οποία είναι γνωστό ότι η εφαπτομένη της γραφικής της παράστασης στο σημείο $K(1,f(1))$ είναι παράλληλη στην ευθεία y=x+2.

α) Να αποδείξετε ότι τα ενδεχόμενα Α και Β είναι ασυμβίβαστα.

Μονάδες 7

β) Αν $P(A\cup B)=\frac{3}{4}$ και η γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $\Lambda\left(0,\frac{1}{3}\right)$ να υπολογιστούν P(A) και P(B).

Μονάδες 6

γ) Αν $P(A)=\frac{1}{2}$ και $P(B)=\frac{1}{4}$ να υπολογίσετε τα ακρότατα της συνάρτησης $g(x)=6f(x)-12x+2019$.

Μονάδες 6

δ) Αν (ε) η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $K(1,f(1))$ και $M_1(x_1,y_1)$, $M_2(x_2,y_2),\dots,M_{10}(x_{10},y_{10})$ 10 σημεία της (ε) που οι τετμημένες $x_1,x_2,\dots,x_{10}$ έχουν μέση τιμή $-\frac{59}{6}$ και τυπική απόκλιση S_x=2 να βρεθεί ο συντελεστής μεταβολής των τεταγμένων τους.

Μονάδες 6

ΟΕΦΕ ΘΕΜΑΤΑ 2009