



08  
επαναληπτικά  
θέματα

**Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΘΕΤΙΚΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ**  
**ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

- A.** Έστω  $Ox\psi$  ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και  $A(x_0, \psi_0)$  ένα σημείο του επιπέδου.
- α.** Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A$  και για την οποία δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης.  
**Μονάδες 5**
- β.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A$  και έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$  είναι:  $\psi - \psi_0 = \lambda(x - x_0)$ .  
**Μονάδες 10**
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Η απόσταση δύο σημείων  $A(x_1, \psi_1)$  και  $B(x_2, \psi_2)$  του συστήματος συντεταγμένων  $Ox\psi$ , δίνεται από τον τύπο:  $(AB) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (\psi_2 - \psi_1)^2}$   
**Μονάδες 2**
- β.** Για δύο διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  μη παράλληλα προς τον άξονα  $\psi'\psi$ , ισχύει η ιδιότητα:  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = -1$ , όπου  $\lambda_{\vec{\alpha}}, \lambda_{\vec{\beta}}$  οι συντελεστές διεύθυνσης των  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  αντιστοίχως.  
**Μονάδες 2**
- γ.** Η εξίσωση:  $(x - x_0)^2 + (\psi - \psi_0)^2 = \rho^2$ , με  $\rho$  πραγματικό αριθμό, παριστάνει πάντα κύκλο.  
**Μονάδες 2**
- δ.** Μια ευθεία  $\varepsilon$  εφάπτεται σε κύκλο  $C$  ο οποίος έχει κέντρο  $K$  και ακτίνα  $\rho$ , όταν ισχύει η σχέση:  $d(K, \varepsilon) = \rho$ .  
**Μονάδες 2**
- ε.** Η παραβολή με εξίσωση:  $x^2 = 2\rho\psi, \rho < 0$ , έχει την εστία της  $E$  πάνω στον ημιάξονα  $Ox'$ .  
**Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Στο καρτεσιανό επίπεδο  $Ox\psi$  δίνονται τα σημεία  $A(2,0)$ ,  $B(4,5)$ ,  $\Gamma(6,\kappa)$  με  $\kappa \in \mathbb{R} - \{10\}$ .

α. Να δείξετε ότι:

i) Τα σημεία  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  δεν είναι συνευθειακά.

ii) Η εξίσωση της ευθείας της διαμέσου ( $\epsilon$ ) που φέρουμε από την κορυφή  $B$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ , είναι  $x=4$ .

**Μονάδες 4**

**Μονάδες 2**

β. Να προσδιορίσετε την κορυφή  $\Gamma$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ , αν το εμβαδόν του είναι  $(AB\Gamma)=8$  τετραγωνικές μονάδες.

**Μονάδες 9**

γ. Για  $\kappa=2$ , να βρείτε την εξίσωση της ευθείας του ύψους ( $\eta$ ) που φέρουμε από την κορυφή  $A$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ , καθώς και τις συντεταγμένες του σημείου  $\Delta$  στο οποίο τέμνονται οι ευθείες ( $\eta$ ) και ( $\epsilon$ ).

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνεται η εξίσωση:  $\frac{x^2}{\mu+2} + \frac{\psi^2}{3-\mu} = 1, (1)$ , όπου  $\mu \in \mathbb{R} - \{-2, 3\}$ .

α. Να βρείτε την τιμή του  $\mu$  ώστε η εξίσωση (1) να παριστάνει κύκλο.

**Μονάδες 4**

β. Για ποιες τιμές του  $\mu$  η εξίσωση (1) παριστάνει έλλειψη;

**Μονάδες 5**

γ. Αν  $\mu \in \left(-2, \frac{1}{2}\right)$ , τότε:

i) Να δείξετε ότι η έλλειψη που προκύπτει από την (1) έχει τις εστίες της πάνω στον άξονα  $\psi\psi$ .

**Μονάδες 7**

ii) Να υπολογίσετε την τιμή του  $\mu$  ώστε η εκκεντρότητα της έλλειψης (1) να είναι ίση με  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Έστω τα σημεία  $A(-1, \psi)$  και  $B(2\chi, \psi)$  με  $\chi, \psi \in \mathbb{R}$  του καρτεσιανού επιπέδου  $O\chi\psi$ .

**A.** Αν είναι  $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ , τότε να αποδείξετε ότι τα σημεία  $M(\chi, \psi)$  ανήκουν στην παραβολή  $C_1: \psi^2 = 2\chi$ , της οποίας να βρείτε την εστία  $E$  και την διευθετούσα  $\delta$ .

**Μονάδες 6**

**B.** Αν ισχύει  $3\overrightarrow{OA}^2 + \overrightarrow{OB}^2 = 15$ , τότε να αποδείξετε ότι τα σημεία  $M(\chi, \psi)$  ανήκουν στο κύκλο  $C_2: \chi^2 + \psi^2 = 3$ , του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

**Μονάδες 8**

**Γ.** Να αποδείξετε ότι:

**α)** Τα κοινά σημεία των  $C_1$  και  $C_2$  είναι το  $K(1, \sqrt{2})$  και το  $\Lambda(1, -\sqrt{2})$ .

**Μονάδες 7**

**β)** Η εφαπτομένη της  $C_1$  στο  $K$  είναι παράλληλη προς την εφαπτομένη του  $C_2$  στο  $\Lambda$ .

**Μονάδες 4**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!**