



ΤΕΕ Β' ΚΥΚΛΟΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΖΗΤΗΜΑ 1^ο

Εξετάζουμε ένα δείγμα 25 οικογενειών ως προς τον αριθμό των παιδιών που έχουν. Μερικά αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

αριθμός παι- διών	οικογένειες	σχετικές συχνότητες	αθροιστικές συχνότητες	σχετικές αθροιστικές συχνότητες
x_i	v_i	$f_i \%$	N_i	$F_i \%$
0	3			
1	6			
2	6			
3				
4	2			
Σύνολα	$v = 25$		-	-

A. Να αντιγράψετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον πίνακα

(μονάδες 7)

B. Να βρείτε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή

(μονάδες 7)

Γ. Να βρείτε τη διακύμανση και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

(μονάδες 5)

Δ. Να βρείτε το πλήθος και το ποσοστό των οικογενειών που έχουν:

- i) τουλάχιστον 3 παιδιά.
- ii) το πολύ 2 παιδιά.
- iii) ένα μόνο παιδί.

(μονάδες 6)

ΖΗΤΗΜΑ 2^ο

$$\text{Δίνεται η συνάρτηση } f(x) = \begin{cases} \alpha x^2 - 1 & , \quad x < 2 \\ 4x - 5 & , \quad x \geq 2 \end{cases}, \text{ όπου } \alpha \in \mathbb{R}.$$

- i) Να υπολογίσετε τους αριθμούς $f(0)$, $f(2)$ και $f(3)$. (μονάδες 6)
- ii) Να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$. (μονάδες 8)
- iii) Να βρείτε την τιμή του α ώστε η συνάρτηση $f(x)$ να είναι συνεχής για $x = 2$. (μονάδες 6)
- iv) Αν $\alpha = 1$ να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη για $x = 2$. (μονάδες 5)

ΖΗΤΗΜΑ 3^ο

$$\text{Δίνεται η συνάρτηση } f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + \alpha, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

- i) Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x)}{x-3}$. (μονάδες 6)
- ii) Να αποδείξετε ότι η f παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο και ένα τοπικό ελάχιστο. (μονάδες 8)
- iii) Να προσδιορίσετε τις τιμές του α για τις οποίες το τοπικό μέγιστο της f είναι διπλάσιο από το τοπικό ελάχιστο. (μονάδες 6)
- iv) Για $\alpha = 4$ να βρείτε την παράγουσα $F(x)$ της συνάρτησης $f(x)$, για την οποία ισχύει $F(0) = 0$. (μονάδες 5)

ΖΗΤΗΜΑ 4^ο

Η θέση ενός υλικού σημείου (σε m) κάθε χρονική στιγμή t (σε s), δίνεται από τη συνάρτηση $S(t) = t^2 + 18 \cdot \ln(t+1) + 4$, με $t \geq 0$.

- i) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης $S(t)$.
Ποιο φυσικό μέγεθος εκφράζει ο ρυθμός αυτός; (μονάδες 6)
- ii) Να βρείτε την αρχική ταχύτητα του σημείου τη χρονική στιγμή $t = 0$ s. (μονάδες 7)
- iii) Να βρείτε την επιτάχυνση του σημείου τη χρονική στιγμή $t = 5$ s. (μονάδες 4)
- iv) Να βρείτε τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ταχύτητα του κινητού γίνεται ελάχιστη. Ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα; (μονάδες 8)