Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΛΓΕΒΡΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. α) Θεωρία Σελ. 34 σχολικού βιβλίου
β) Θεωρία σελ. 136 σχολικού βιβλίου

Β. 1Σ, 2Σ, 3Λ, 4Σ, 5Σ, 6Σ, 7Λ, 8Λ

ΘΕΜΑ 2ο

Α. Αφού το P(x) έχει παράγοντες το x+1 και το x-2 άρα :

$$\begin{matrix} P(-1)=0 & (1) \\ P(2)=0 & (2) \end{matrix} \quad \text{δηλαδή} \quad \left.\begin{matrix} \alpha-\beta=-3 \\ 2\alpha+\beta=-6 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \begin{matrix} \alpha=-3 \\ \beta=0 \end{matrix}$$

Β. Η εξίσωση P(x)=0 δηλαδή x^3-3x^2+4=0 έχει παράγοντες το x+1 άρα ρίζα το -1 και x-2 άρα ρίζα το 2 δηλαδή με σχήμα horner έχουμε :

1	-3	0	4	-1
	-1	4	-4	
1	-4	4	0	

$$x^3-3x^2+4=0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2-4x+4)=0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2)^2=0 \Leftrightarrow x=-1 \text{ ή } x=2$$

Γ. i) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης P(x) = x^3 -3x^2 + 4 τέμνει τον άξονα y΄y όταν x = 0 δηλαδή P(0) = 4 δηλαδή στο σημείο (0, 4).
ii) Οι τιμές του x για τις οποίες η C είναι κάτω από τον άξονα x΄x είναι οι λύσεις της ανίσωσης $P(x)<0$ δηλαδή $x^3-3x^2+4<0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2)^2<0 \Leftrightarrow x<-1$.

ΘΕΜΑ 3ο

Α.
$$\frac{1+\alpha_2}{1-2\alpha_4+\alpha_8}=\frac{1+\text{συν}2x+\text{ημ}2x}{1-2(\text{συν}2x+3\text{ημ}2x)+\text{συν}2x+7\text{ημ}2x}=$$
$$=\frac{1+\text{συν}2x+\text{ημ}2x}{1-\text{συν}2x+\text{ημ}2x}=\frac{1+2\text{συν}^2x-1+2\text{ημ}x\,\text{συν}x}{1-1+2\text{ημ}^2x+2\text{ημ}x\,\text{συν}x}=$$
$$=\frac{2\text{συν}x(\text{συν}x+\text{ημ}x)}{2\text{ημ}x(\text{συν}x+\text{ημ}x)}=\text{σφ}x$$

Β. $\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_{10}=S_{10}$ δηλαδή $\dfrac{[2\text{συν}2x+9\text{ημ}2x]10}{2}=S_{10}$

άρα $\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_{10}=S_{10}=(2\text{συν}2x+9\text{ημ}2x)5=$
$=10\text{συν}2x+45\text{ημ}2x$

Γ. Η εξίσωση με τη βοήθεια του ερωτήματος **Β** γίνεται :

$10\text{συν}2x+45\text{ημ}2x=-10+55\text{ημ}2x \Leftrightarrow$

$10\text{συν}2x-10\text{ημ}2x=-10 \Leftrightarrow$

$\text{συν}2x-\text{ημ}2x=-1 \Leftrightarrow$

$2\text{συν}^2x-1-2\text{ημ}x\,\text{συν}x=-1 \Leftrightarrow$

$\text{συν}x(\text{συν}x-\text{ημ}x)=0 \Leftrightarrow$

$\text{συν}x=0$ αδύνατο $x\in\left(0,\dfrac{\Pi}{2}\right)$ ή

$\text{συν}x=\text{ημ}x \Leftrightarrow \text{σφ}x=1 \Leftrightarrow x=\dfrac{\Pi}{4}$ διότι $x\in\left(0,\dfrac{\Pi}{2}\right)$

ΘΕΜΑ 4^{ο}

Α. Η συνάρτηση $f(x)=\ln(e^x-2)$ έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $(\ln 2,+\infty)$.

Β. Η εξίσωση γίνεται : $\ln\left(e^{2x}-2\right)=\ln 7+\ln(e^x-2)$

$\ln(e^{2x}-2)=\ln 7(e^x-2)$

$e^{2x}-2=7e^x-14$

$e^{2x}-7e^x+12=0 \Leftrightarrow$

$e^x=4$ ή $e^x=3$

Δηλαδή $x=\ln 4$ ή $x=\ln 3$

Γ. Αφού οι f(α), f(β), f(γ) είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου ισχύει :

$2\ln(e^{\beta}-2)=\ln(e^{\alpha}-2)+\ln(e^{\gamma}-2)$ δηλαδή $(e^{\beta}-2)^2=(e^{\alpha}-2)\cdot(e^{\gamma}-2)$

Δ. $e^{f(1)}+e^{f(2)}+\ldots+e^{f(100)}=$

$(e-2)+(e^2-2)+\ldots+(e^{100}-2)=$

$e+e^2+\ldots e^{100}-200=$

$\dfrac{e(e^{100}-1)}{e-1}-200=$

$\dfrac{e^{101}-201e+200}{e-1}$