

Α΄ Γυμνασίου**ΘΕΜΑ 1^ο**

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right)}{2^3}$ και $B = 1\frac{1}{8} - (3^2 - 2^3)^{2018} + 0^5$

α) Να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων A και B. (2μ)

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $2A$ και $\frac{B}{A}$. (1,5μ)

γ) Να εξετάσετε αν ο αριθμός $2\left(2A + \frac{1}{2}\right) + 3\left(\frac{B}{A} + \frac{1}{2}\right) + 2^3$ είναι πρώτος ή σύνθετος. (1,5μ)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$\alpha) A = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right)}{2^3}$$

$$A = \frac{\left(\frac{2}{4} + \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{4}{8} - \frac{1}{8}\right)}{8}$$

$$A = \frac{\frac{3}{4} : \frac{3}{8}}{8}$$

$$A = \frac{2}{8}$$

$$A = \frac{1}{4}$$

$$B = 1\frac{1}{8} - (3^2 - 2^3)^{2018} + 0^5$$

$$B = \frac{9}{8} - (9 - 8)^{2018}$$

$$B = \frac{9}{8} - 1$$

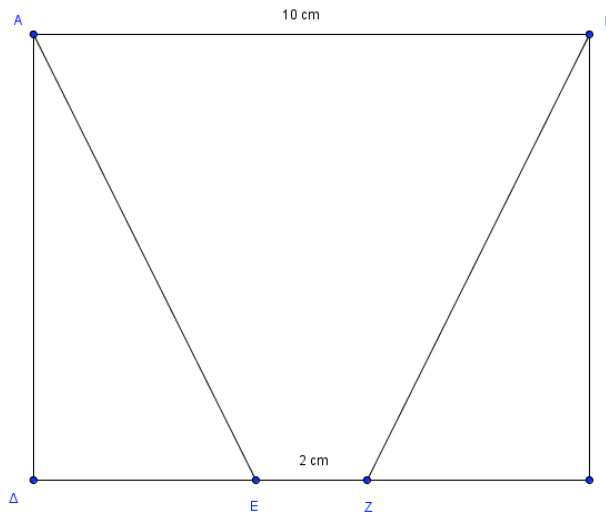
$$B = \frac{1}{8}$$

$$\beta) 2A = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{και} \quad \frac{B}{A} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \quad \text{άρα} \quad A=B$$

$$\gamma) 2\left(2A + \frac{1}{2}\right) + 3\left(\frac{B}{A} + \frac{1}{2}\right) + 2^3 = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + 3\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + 8 = 2 + 3 + 8 = 13, \text{ που είναι πρώτος.}$$

ΘΕΜΑ 2^ο

Το παρακάτω τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με την πλευρά $AB=10\text{ cm}$ και περίμετρο 36 cm



α) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $A\Delta$. (1μ)

β) Αν το ευθύγραμμο τμήμα EZ έχει μήκος 2 cm , να βρείτε το εμβαδόν του τραapeζίου $ABZE$. (2μ)

γ) Στο αρχικό ορθογώνιο, $AB\Gamma\Delta$, μειώνουμε τη μεγάλη πλευρά κατά 2 cm και αυξάνουμε τη μικρή κατά το $\frac{1}{2}$ του μήκους της. Να βρεθεί η περίμετρος του νέου ορθογωνίου. (2μ)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$\alpha) A\Delta = \frac{36 - 20}{2} = \frac{16}{2} = 8\text{ cm}$$

$$\beta) E = \frac{(2 + 10) \cdot 8}{2} = 12 \cdot 4 = 48\text{ cm}^2$$

γ) Η μεγάλη πλευρά θα είναι $10 - 2 = 8\text{ cm}$ και η μικρή θα είναι $8 - \frac{1}{2} \cdot 8 = 4\text{ cm}$

Άρα, η νέα περίμετρος θα είναι: $8 + 8 + 4 + 4 = 24\text{ cm}$.

ΘΕΜΑ 3^ο

Ένα βαρέλι είναι γεμάτο με κρασί. Ο έμπορος πούλησε στην αρχή το $\frac{1}{4}$ από το περιεχόμενό του, μετά άλλα 150 κιλά και υπολογίζει ότι το βαρέλι είναι γεμάτο κατά τα $\frac{3}{5}$.

α) Τι μέρος αποτελούν τα 150 κιλά ; (3μ.)

β) Πόσα κιλά κρασί είχε αρχικά το βαρέλι; (2μ.)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Μετά την πώληση θα του μείνουν τα $\frac{3}{4}$ από το περιεχόμενο του βαρελιού, επομένως του απέμειναν

$$\frac{3}{4} - \frac{3}{5} = \frac{3}{20}, \text{ τα οποία αντιστοιχούν στα } 150 \text{ κιλά.}$$

β) Τα $\frac{3}{20}$ είναι 150 κιλά

Το $\frac{1}{20}$ είναι $150:3=50$ κιλά

Τα $\frac{20}{20}$ είναι $20 \cdot 20 = 1000$ κιλά.

ΘΕΜΑ 4^ο

Γράφουμε την παρακάτω σειρά αριθμών:

1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4,

η οποία επαναλαμβάνεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο.

Να βρείτε:

- α) Ποιος αριθμός βρίσκεται στην **15^η** θέση **(1μ)**
- β) Ποιος αριθμός βρίσκεται στην **100^η** θέση **(1μ)**
- β) Ποιος αριθμός βρίσκεται στην **2018^η** θέση **(1,5μ)**
- δ) Το άθροισμα των πρώτων **2018** αριθμών αυτής της σειράς αριθμών. **(1,5)**

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Αξιοποίηση του Τύπου της Ευκλείδειας Διαίρεσης $\Delta = \delta\pi + \upsilon$

- α) Επειδή $15 = 3 \cdot 4 + 3$, άρα ο αριθμός που βρίσκεται στην **15^η** θέση είναι το 3.
- β) Επειδή $100 = 25 \cdot 4 + 0$, άρα ο αριθμός που βρίσκεται στην **100^η** θέση είναι το 4.
- γ) Επειδή $2018 = 504 \cdot 4 + 2$, άρα ο αριθμός που βρίσκεται στην **2018^η** θέση είναι ο 2.
- δ) Το άθροισμα των 2018 πρώτων αριθμών είναι: $(1 + 2 + 3 + 4) \cdot 504 + (1 + 2) = 10 \cdot 504 + 3 = 5043$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !