

Α΄ Γυμνασίου**ΘΕΜΑ 1^ο**

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)}{6\frac{2}{3}}$ και $B = \frac{(1^{2016} + 2^2)^2 - 4^2}{3^2} + \frac{1}{10} - \frac{2}{5}$

α. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων i) A (2μ) και ii) B (2μ)

β. Αν $A = \frac{9}{20}$ και $B = \frac{7}{10}$ να συγκρίνετε τους αριθμούς $\frac{B}{A}$ και $2 \cdot B$. (1μ)

Απάντηση

α.

$$\text{i) } A = \frac{\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)}{6\frac{2}{3}} = \frac{\left(\frac{1}{6} + \frac{2}{6}\right) : \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right)}{\frac{20}{3}} = \frac{\frac{3}{6} : \frac{1}{6}}{\frac{20}{3}} = \frac{\frac{3}{6} \cdot \frac{6}{1}}{\frac{20}{3}} = \frac{3}{\frac{20}{3}} = \frac{9}{20}$$

$$\text{ii) } B = \frac{(1^{2016} + 2^2)^2 - 4^2}{3^2} + \frac{1}{10} - \frac{2}{5} = \frac{(1 + 4)^2 - 4^2}{3^2} + \frac{1}{10} - \frac{2}{5} = \frac{5^2 - 4^2}{3^2} + \frac{1}{10} - \frac{2}{5} = \frac{25 - 16}{9} + \frac{1}{10} - \frac{2}{5} = 1 + \frac{1}{10} - \frac{2}{5} \\ = \frac{10}{10} + \frac{1}{10} - \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$$

$$\text{β. } \frac{B}{A} = \frac{\frac{7}{10}}{\frac{9}{20}} = \frac{140}{90} = \frac{14}{9} \text{ και } 2 \cdot B = 2 \cdot \frac{7}{10} = \frac{14}{10} \text{ . Άρα } \frac{B}{A} > 2 \cdot B$$

ΘΕΜΑ 2^ο

Η Λυδία έχει μία εργασία στην Άλγεβρα από όπου έχει λύσει τα $\frac{4}{9}$ των ασκήσεων και της μένουν 20

άλυτες ασκήσεις. Ο συμμαθητής της ο Αριστοτέλης έχει μία εργασία με 30 ασκήσεις στη Γεωμετρία.

α. Πόσες είναι οι ασκήσεις της Λυδίας; (3μ)

β. Τι μέρος των ασκήσεων του πρέπει να λύσει ο Αριστοτέλης ώστε να έχει τον ίδιο αριθμό λυμένων ασκήσεων με την Λυδία; (2μ)

Απαντήσεις

α. Τα $\frac{5}{9}$ των ασκήσεων είναι 20

Τα $\frac{1}{9}$ των ασκήσεων είναι $20:5=4$

Τα $\frac{9}{9}$ των ασκήσεων είναι $4 \cdot 9=36$

Η Λυδία έχει 36 ασκήσεις στην Άλγεβρα

β. Επειδή της έμειναν άλυτες 20 ασκήσεις η Λυδία έλυσε $36-20 = 16$ ασκήσεις.

Ο Αριστοτέλης πρέπει να λύσει και αυτός 16 ασκήσεις δηλαδή τα $\frac{16}{30} = \frac{8}{15}$ των ασκήσεων του.

ΘΕΜΑ 3^ο

Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ στο παρακάτω σχήμα είναι ορθογώνιο με περίμετρο $\Pi=32$ m, $AB=x$ m και $B\Gamma=6$ m.

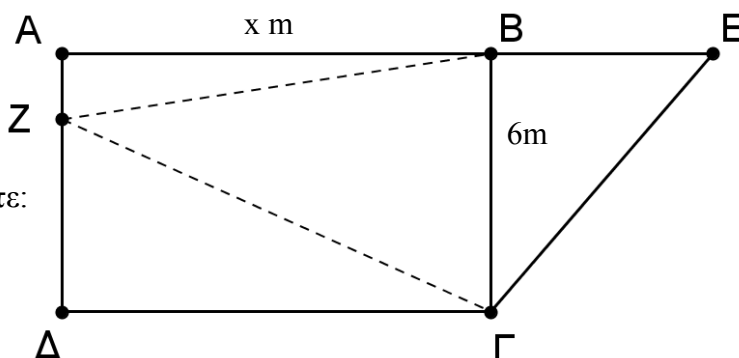
α. Να αποδείξετε ότι $x=10$ m. (1μ)

β. Να βρείτε το εμβαδό του ΒΖΓ (1μ)

γ. Αν το ΒΕ είναι στην προέκταση του ΑΒ και ίσο με το μισό του ΑΒ και $AZ = \frac{1}{5} BE$ τότε:

γ1) Να βρείτε το εμβαδό του ΑΕΓΔ (2μ)

γ2) Να βρείτε το εμβαδό του ΔΖΓ (1μ)



Να μεταφέρετε το σχήμα στο φύλλο απαντήσεων.

Απαντήσεις

α. $x+6+x+6=32$

$$2x+12=32$$

$$2x=20$$

$$x=10 \text{ m}$$

β. $(BZ\Gamma) = \frac{6 \cdot 10}{2} = 30 \text{ m}^2$

γ. $BE=5 \text{ m}$

$$AZ = \frac{1}{5} BE = 1 \text{ m}$$

$$\Delta Z = 6 - 1 = 5 \text{ m}$$

γ1) $(A\epsilon\Gamma\Delta) = (A\text{B}\Gamma\Delta) + (B\epsilon\Gamma)$

$$= 10 \cdot 6 + \frac{5 \cdot 6}{2}$$

$$= 60 + 15$$

$$= 75 \text{ m}^2$$

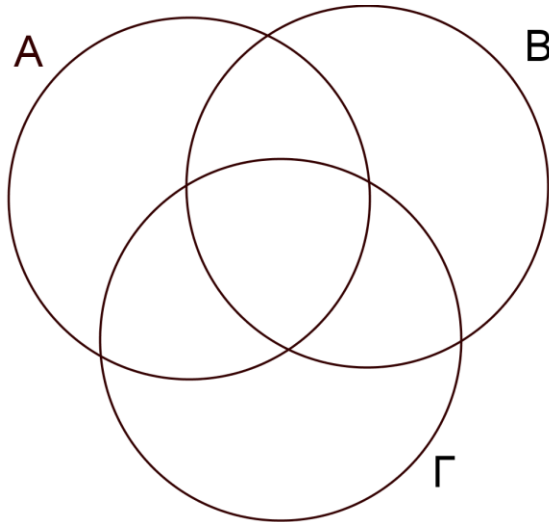
γ2) $(\Delta Z\Gamma) = \frac{5 \cdot 10}{2} = 25 \text{ m}^2$

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνονται οι αριθμοί

130 , 162 , 200 , 351 , 360 , 445 , 513 , 735 , 842 , 999

α. Να τοποθετήσετε τους παραπάνω αριθμούς στους κύκλους **A** , **B** , **Γ** που σας δίνονται στο σχήμα που ακολουθεί, έτσι ώστε οι αριθμοί στον κύκλο **A** να διαιρούνται με το **2**, οι αριθμοί στον κύκλο **B** να διαιρούνται με το **3** και οι αριθμοί στον κύκλο **Γ** να διαιρούνται με το **5**.



Να μεταφέρετε το σχήμα στο φύλλο απαντήσεων.

(2μ)

β. Αν **α** είναι ένας από τους παραπάνω αριθμούς που διαιρείται συγχρόνως και με το **2** και με το **3** και με το **5**, να τον αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

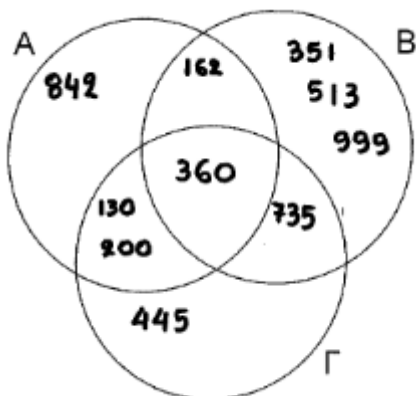
(1μ)

γ. Να βρείτε τον μικρότερο φυσικό αριθμό **β** ώστε αν πολλαπλασιαστεί με τον **α** να προκύψει ο κύβος ενός φυσικού αριθμού **γ** , δηλαδή $\gamma^3 = \alpha \cdot \beta$.

(2μ)

Απαντήσεις

α.



β. Ο αριθμός **α** που διαιρείται συγχρόνως και με το **2** και με το **3** και με το **5** είναι ο **360**.

$$\text{Άρα } 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

γ. Επειδή $\gamma^3 = \alpha \cdot \beta = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \beta$ πρέπει $\beta = 3 \cdot 5 \cdot 5 = 75$

$$\text{ώστε } \gamma^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 \cdot 30 \cdot 30 = 30^3$$