

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ν. ΗΜΑΘΙΑΣ

4^{ος} Ημαθιώτικος
Μαθητικός Διαγωνισμός στα Μαθηματικά
«Η ΥΠΑΤΙΑ»



Σάββατο 19 Νοεμβρίου 2011
Α΄ Γυμνασίου

Θέμα 1ο

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + 1 \qquad B = \frac{2}{3} : \frac{1}{5} - 2 \qquad \Gamma = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \cdot 6$$

β) Να βρείτε ποιος από τους αριθμούς A , B , και Γ είναι ο μεγαλύτερος και ποιος ο μικρότερος. (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).

Λύση

$$\alpha) A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + 1 = \frac{1}{6} + 1 = \frac{1}{6} + \frac{6}{6} = \frac{7}{6}$$

$$B = \frac{2}{3} : \frac{1}{5} - 2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{1} - 2 = \frac{10}{3} - \frac{6}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\Gamma = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \cdot 6 = \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6} \right) \cdot 6 = \frac{1}{6} \cdot 6 = 1$$

$$\beta) \text{ Έχουμε: } A = \frac{7}{6}, \quad B = \frac{4}{3} = \frac{8}{6} \quad \text{και} \quad \Gamma = 1 = \frac{6}{6}$$

Επομένως ο μεγαλύτερος αριθμός είναι ο B και ο μικρότερος ο Γ .

Θέμα 2ο

Θωρούμε όλους τους ακέραιους αριθμούς από το 1 έως το 2011 (δηλ. 1,2,3,...,2011). Να βρείτε:

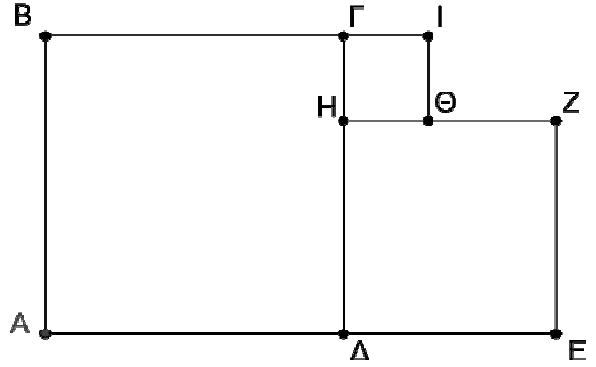
- α) πόσοι από αυτούς διαιρούνται δια του 2.
- β) πόσοι διαιρούνται δια του 5.
- γ) πόσοι διαιρούνται δια του 10.
- δ) πόσοι διαιρούνται δια του 2 και δεν διαιρούνται δια του 10.

Λύση

- α) Από τους δοσμένους αριθμούς διαιρούνται με το 2 οι :
2, 4, 6, ..., 2010 και είναι $2010:2 = 1005$
- β) Με το 5 διαιρούνται οι 5, 10, 15, ..., 2010 και είναι
 $2010:5 = 402$
- γ) Με το 10 διαιρούνται οι 10, 20, 30, ..., 2010 και είναι
 $2010:10 = 201$
- δ) Όσοι αριθμοί διαιρούνται δια του 10 υποχρεωτικά διαιρούνται και δια του 2, επομένως αυτοί που *διαιρούνται δια του 2 και δεν διαιρούνται δια του 10* είναι: $1005 - 201 = 804$.

Θέμα 3ο

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το σχεδιάγραμμα ενός μικρού σπιτιού, το οποίο αποτελείται από τρεις διαφορετικούς σε μέγεθος χώρους. Και οι τρεις χώροι έχουν σχήμα τετραγώνου.



Το μικρότερο τετράγωνο έχει εμβαδόν 4 τετραγωνικά μέτρα, ενώ το μεγαλύτερο έχει περίμετρο 28 μέτρα. Να υπολογίσετε :

- Το συνολικό εμβαδόν του σπιτιού.
- Την περίμετρο του σπιτιού.

Λύση

α) Το συνολικό εμβαδόν του σπιτιού προκύπτει από το άθροισμα των εμβαδών των τριών τετραγώνων.

Το **μεγαλύτερο** τετράγωνο έχει περίμετρο 28 μέτρα. Άρα η πλευρά του θα είναι $28:4=7$ μέτρα και το εμβαδόν του θα είναι $7 \times 7=49$ τετραγωνικά μέτρα.

Το **μικρότερο** τετράγωνο έχει εμβαδόν τετραγωνικά μέτρα και επομένως η πλευρά του είναι 2 μέτρα.

Η πλευρά του τετραγώνου είναι:

$\Delta\text{H}=\Delta\Gamma-\Gamma\text{H} = 7-2=5$ μέτρα. Άρα το εμβαδόν του ΔEZH είναι $5 \times 5=25$ τετραγωνικά μέτρα.

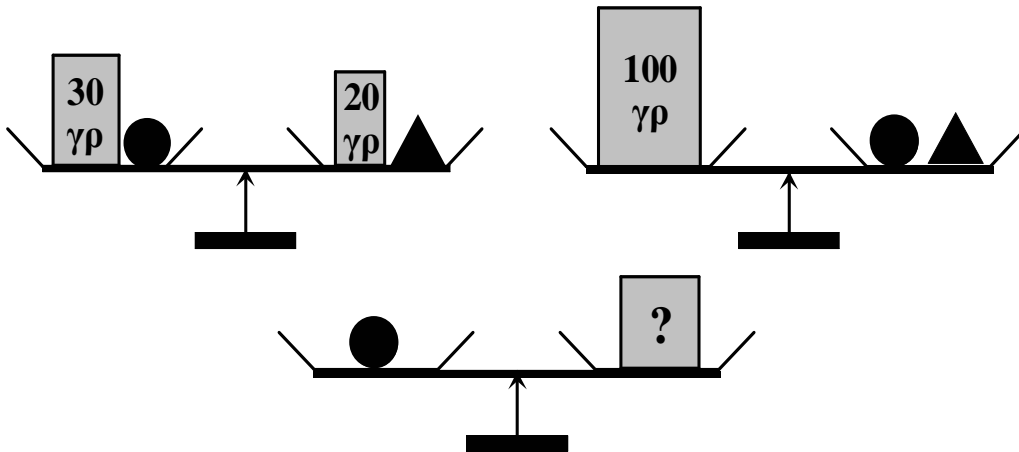
Επομένως το συνολικό εμβαδόν του σπιτιού είναι: $49+25+4=78$ τετραγωνικά μέτρα.

β) Η περίμετρος του σπιτιού είναι:

$AB+BG+GI+I\Theta+\Theta Z+ZE+E\Delta+\Delta A=7+7+2+2+(5-2)+5+5+7=38$ μέτρα.

Θέμα 4ο

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε τρεις ζυγαριές που ισορροπούν. Να βρείτε, ποιο είναι το άγνωστο βάρος στην τρίτη ζυγαριά. (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)



Λύση

Από την πρώτη ζυγαριά προκύπτει ότι το βάρος της πυραμίδας είναι κατά 10 γρ. περισσότερο από το βάρος της σφαίρας.

Αν επομένως στη δεύτερη ζυγαριά αντικαταστήσουμε τη πυραμίδα με μια σφαίρα και 10 γρ. θα έχουμε από το ένα μέρος της ζυγαριάς 100 γρ. και από το άλλο δυο σφαίρες και 10 γρ. Δηλαδή οι δυο σφαίρες θα έχουν βάρος 90 γρ. Άρα μια σφαίρα έχει βάρος 45 γρ.

Συνεπώς το άγνωστο βάρος στην τρίτη ζυγαριά είναι 45 γρ..