

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ν. ΗΜΑΘΙΑΣ

1^{ος} Ημαθιώτικος Μαθητικός Διαγωνισμός στα Μαθηματικά
«Η ΥΠΑΤΙΑ»



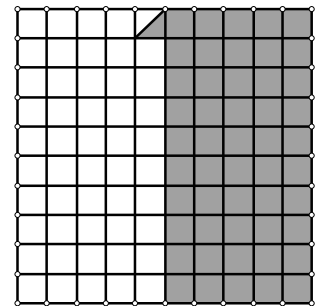
Σάββατο 1 Νοεμβρίου 2008

Α΄ Γυμνασίου

Θέμα 1ο

Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα α, β, γ, δ αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

α. Αν το εμβαδόν ολοκλήρου του τετραγώνου στο διπλανό σχήμα είναι 100cm^2 να βρεθεί το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους .



Μονάδες 5

Απάντηση

$50,5\text{ cm}^2$

β. Τα $\frac{3}{4}$ ενός αριθμού είναι ίσα με 9. Να βρεθεί ο αριθμός. Μονάδες 5

Απάντηση

Τα $\frac{3}{4}$ του αριθμού είναι ίσα με 9

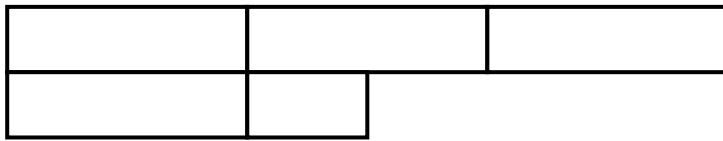
Το $\frac{1}{4}$ του αριθμού είναι ίσο με $9 : 3 = 3$

Τα $\frac{4}{4}$ του αριθμού είναι ίσα με $4 \times 3 = 12$

γ. Αν το εμβαδόν του διπλανού ορθογωνίου είναι $\frac{2}{3} \text{ cm}^2$ να



υπολογίσετε το εμβαδόν του παρακάτω σχήματος



Μονάδες 5

Απάντηση

Το ζητούμενο εμβαδόν είναι $4,5 \times \frac{2}{3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ cm}^2$

δ. Το διπλανό ορθογώνιο το οποίο έχει διαστάσεις Φυσικούς Αριθμούς έχει περίμετρο 30cm και εμβαδόν 56 cm^2 . Να βρεθούν οι διαστάσεις του.



Μονάδες 5

Απάντηση

Αν οι διαστάσεις είναι x και y τότε η ημιπερίμετρος θα είναι $x + y = 15$ και του εμβαδόν $x \cdot y = 56$. Οι μοναδικοί φυσικοί αριθμοί που έχουν άθροισμα 15 και γινόμενο 56 είναι οι 8 και 7. Άρα οι διαστάσεις του ορθογωνίου είναι 8 και 7 cm.

Θέμα 2ο

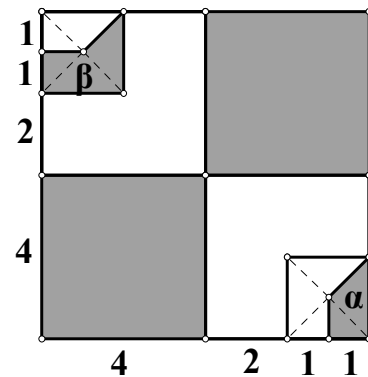
Στο διπλανό σχήμα έχουμε ένα τετράγωνο με πλευρά 8 cm.

A. Πόσο είναι το άθροισμα των εμβαδών των δύο μικρών σκιασμένων μερών α και β ;

Μονάδες 7

Απάντηση

Με κατάλληλη μετακίνηση διαπιστώνουμε ότι τα δυο μικρά σκιασμένα μέρη α και β σχηματίζουν ένα τετράγωνο πλευράς 2 cm. Άρα το άθροισμα των εμβαδών τους είναι $2 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$



B. Να υπολογιστεί το εμβαδόν που καλύπτουν συνολικά όλα τα σκιασμένα μέρη.

Μονάδες 7

Απάντηση

Το εμβαδόν που καλύπτουν συνολικά όλα τα σκιασμένα μέρη είναι : $4 + (4 \times 4) + (4 \times 4) = 4 + 16 + 16 = 36 \text{ cm}^2$

Γ. Πόσο ποσοστό του εμβαδού του μεγάλου τετραγώνου καλύπτουν όλα τα σκιασμένα μέρη; **Μονάδες 6**

Απάντηση

Το συνολικό εμβαδόν του μεγάλου τετραγώνου είναι : $8 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$ Συνεπώς το ποσοστό του εμβαδού που καλύπτουν όλα τα σκιασμένα μέρη είναι :

$$\frac{36}{64} = 0,5625 = 56,25\%$$

Θέμα 3ο

Τρεις παίκτες Α, Β, Γ θα μοιράζονταν αρχικά το $\frac{1}{3}$, το $\frac{1}{4}$ και το $\frac{1}{5}$ ενός ποσού αντίστοιχα. Τελικά όμως μοιράστηκαν το $\frac{1}{4}$, το $\frac{1}{5}$ και το $\frac{1}{6}$ του ίδιου ποσού αντίστοιχα.

α. Πόσο μέρος το ποσού πήραν συνολικά οι τρεις παίκτες; **Μονάδες 7**

Απάντηση

Οι τρεις παίκτες πήραν συνολικά $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{15}{60} + \frac{12}{60} + \frac{10}{60} = \frac{37}{60}$ του ποσού.

β. Αιτιολογήστε ότι ο παίκτης που ζημιώθηκε περισσότερο από την τελική διανομή (σχετικά με την αρχική διανομή) ήταν ο Α. **Μονάδες 7**

Απάντηση

Ο Α παίκτης αρχικά θα έπαιρνε αρχικά το $\frac{1}{3}$ του ποσού και τελικά πήρε το $\frac{1}{4}$. Άρα

ζημιώθηκε κατά $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ παίκτες. Με τον ίδιο συλλογισμό βρίσκουμε ότι ο Β παίκτης

ζημιώθηκε $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ και ο Γ παίκτης ζημιώθηκε $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ και επειδή

$\frac{1}{12} > \frac{1}{20} > \frac{1}{30}$ καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι ο Α παίκτης ζημιώθηκε περισσότερο.

γ. Αν ο παίκτης Α ζημιώθηκε κατά 300 € από την τελική διανομή, να βρείτε ποιο ήταν το αρχικό ποσό και ποιο ποσό πήρε ο κάθε παίκτης. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Αφού ο Α παίκτης ζημιώθηκε κατά 300 € και αυτό ήταν το $\frac{1}{12}$ του αρχικού ποσού, άρα το αρχικό ήταν $300 \times 12 = 3.600 \text{ €}$ και το ποσό που πήρε ο κάθε παίκτης είναι :

Ο Α παίκτης πήρε : $\frac{1}{4} \times 3.600 = 900 \text{ €}$

Ο Β παίκτης πήρε : $\frac{1}{5} \times 3.600 = 720 \text{ €}$ και

Ο Γ παίκτης πήρε : $\frac{1}{6} \times 3.600 = 600 \text{ €}$

Θέμα 4ο

Στα γραφεία της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας της Ημαθίας που βρίσκονται στην οδό Ολγάνου 19 στη Μπαρμπούτα της Βέροιας, υπάρχουν 5 λάμπες φωτισμού και 5 διακόπτες, ένας για κάθε λάμπα.

Με ένα πάτημα του διακόπτη ανάβει η λάμπα και με ένα ακόμη πάτημα σβήνει. Το έτος 2008 έγιναν 2009 πατήματα διακοπών.

Αν αρχικά όλες οι λάμπες ήταν σβησμένες και μετά από τα 2009 πατήματα οι 4 λάμπες είναι αναμμένες, να βρείτε αν η 5^η λάμπα είναι αναμμένη ή σβησμένη αιτιολογώντας το συμπέρασμά σας.

Μονάδες 20

Απάντηση

Σε κάθε λάμπα αντιστοιχεί και ένας διακόπτης.

*Αν μια λάμπα είναι αναμμένη σημαίνει ότι ο αντίστοιχος διακόπτης πατήθηκε περιττό (μονό) αριθμό ενώ αν είναι σβησμένη σημαίνει ότι ο αντίστοιχος διακόπτης πατήθηκε άρτιο (ζυγό) αριθμό. Αφού οι 4 λάμπες τελικά είναι αναμμένες σημαίνει ότι για την κάθε μια από αυτές ο αντίστοιχος διακόπτης πατήθηκε περιττό αριθμό. Συνεπώς το άθροισμα των πατημάτων για τις 4 λάμπες είναι ένα άθροισμα τεσσάρων περιττών αριθμών. Δηλαδή **άρτιος** αριθμός. (Γενικότερα όταν προσθέτουμε άρτιο σε πλήθος περιττούς αριθμούς βρίσκουμε άθροισμα άρτιο αριθμό.). Και επειδή έγιναν συνολικά 2009 πατήματα σημαίνει ότι στο διακόπτη της 5^{ης} λάμπας αντιστοιχεί **περιττός** αριθμός πατημάτων.*

(2009 – άρτιος = περιττός)

*Συνεπώς η 5^η λάμπα είναι **αναμμένη**.*